

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

PAR  
MANOUANE CAZA-SZOKA

APPLICATION DES MÉTHODES D'ESTIMATION DE CANAL AUTODIDACTES  
AUX SYSTÈMES IDMA

JANVIER 2012

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

## Résumé

Ce mémoire présente l'utilisation des méthodes autodidactes, incluant le retour de décision et par extension les méthodes prédictives, dans le contexte de l'IDMA.

On présentera donc en premier lieu le système de détection multiusager IDMA. Étant donné que les méthodes autodidactes donnent des CSI imparfait, des méthodes de traitement de ces imprécisions sont développés.

Ensuite, les techniques d'entrelacement et de codage utilisés dans l'IDMA sont présentées. Un décodeur convolutionnel à entrée et sortie douce en version logarithmique a été programmé et ses performances ont été testées. De plus, une étude originale des performances avec des CSI imparfaits a été réalisée.

Après, une méthode pour n'utiliser que la décision douce pour obtenir les CSI est développée avec son estimateur de performances. Des techniques d'évaluation du SNR et d'estimation de canal autodidactes avec lever d'ambiguïté de signe sont étudiées.

Puis, les approches de retour de décision et de prédiction de canal. Bien que le retour de décision soit trivial, le calcul de l'erreur causée par le retard de l'information sur le CSI est plus difficile. Lorsque le canal varie très rapidement, le retour de décision n'est plus efficace. La prédiction de canal devient alors utile puisqu'elle permet d'utiliser l'information sur une bien plus grande durée pour déduire les CSI.

Finalement, on conclut le mémoire en discutant des travaux futurs,

## **Remerciements**

Premièrement, je remercie mon directeur de recherche, M. Adel Omar Dahmane. Travailler avec lui fut très motivant tant par le sujet qu'il m'a proposé que par les échanges que nous avons eu.

Je veux aussi remercier les professeurs du département qui ont été des sources d'inspiration, tel que M. Yves Dubé et M. Daniel Massicotte.

Évidemment, la maîtrise n'aurait pas été une expérience aussi agréable sans les nombreux partages avec mes amis, particulièrement avec Denis, Cédric, Maude et Steve.

Finalement, j'ai énormément apprécié le support inconditionnel des membres de ma famille.

## Table des matières

Résumé.....	2
Remerciements.....	3
Table des matières.....	iv
Liste des tableaux.....	xv
Liste des figures .....	xvi
Chapitre 1 - Introduction.....	1
1.1 Introduction générale des applications pratiques .....	1
1.1.1 Environnement.....	2
1.1.2 Environnement technologique .....	3
1.1.3 Types de réseaux et direction de la liaison .....	5
1.1.4 Résumé du type d'application visé .....	6
1.2 Introduction du domaine de recherche par le système OSI.....	6
1.2.1 Couche application .....	6
1.2.2 Couche présentation.....	7
1.2.3 Couche session.....	7

1.2.4	Couche transport .....	7
1.2.5	Couche réseau .....	7
1.2.6	Couche liaison.....	8
1.2.7	Couche physique.....	8
1.2.8	Canal .....	8
1.2.9	Autres aspects du domaine de recherche .....	9
1.2.10	Domaine de recherche visé dans le mémoire.....	9
1.3	Spécification des problématiques liées directement au projet de maîtrise .....	10
1.4	État de l’art sur l’IDMA .....	11
1.5	Résumé de la problématique et plan du mémoire .....	15
 Chapitre 2 - Détection multiusager dans les systèmes IDMA avec CSI		
	imparfaits .....	18
2.1	Système IDMA conventionnel .....	18
2.2	Détection multiusager.....	20
2.2.1	Détection optimale.....	21
2.2.2	Détection de type « Bribe-par-Bribe ».....	22
2.2.3	Équations de l’annulation d’interférence parallèle pour le soft rake.....	23
2.2.4	MRC.....	26

2.2.5	Approche gaussienne jumelée (JG) .....	28
2.2.6	Autres méthodes .....	30
2.2.7	Comparaison entre les méthodes de détection bribes-par-bribes.....	30
2.3	Détection avec une erreur sur les gains .....	31
2.3.1	Distribution sur le canal .....	32
2.3.2	Calcul du LLR avec une distribution sur le gain .....	32
2.3.3	Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement .....	34
2.3.4	Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement avec un SNR variable .....	35
2.3.5	Autres aspects .....	36
Chapitre 3 - Entrelaceurs et techniques de codages correcteurs d'erreurs.....		38
3.1	Entrelaceurs .....	39
3.1.1	Objectif de l'entrelaceur .....	39
3.1.2	Caractéristiques des entrelaceurs .....	40
3.1.3	Méthodes de génération d'entrelaceurs .....	41
3.1.4	Méthodes de génération d'entrelaceurs appliquées à l'IDMA .....	43
3.1.5	Méthode de génération utilisée .....	45
3.2	Techniques de codages FEC.....	45
3.2.1	Choix du FEC .....	46
3.2.2	Aspect particulier de l'annulation d'interférence .....	46

3.2.3	Effet des entrelaceurs indépendants sur les codes .....	49
3.2.4	Codes utilisés avec l'IDMA dans la littérature .....	50
3.2.5	Codes FEC utilisés avec l'IDMA dans la littérature avec l'OFDM et le MIMO .....	53
3.2.6	Type de code sélectionné.....	53
3.3	Décodage du code correcteur d'erreur .....	54
3.3.1	Modèle du canal utilisé pour le décodage du FEC .....	55
3.3.2	Critère d'optimalité.....	55
3.3.3	Application du Théorème de Bayes.....	57
3.3.4	Représentation du problème du codage en chaîne de Markov cachée.....	57
3.3.5	Symbole le plus probable.....	59
3.3.6	Symbole de sortie (message codé) le plus probable .....	60
3.3.7	Probabilité d'un état ou d'une transition selon le signal reçu.....	61
3.3.8	Reformulation des équations de probabilité d'état et de transition par l'utilisation des propriétés des chaînes de Markov cachée.....	62
3.3.9	Problématique numériques du BCJR .....	63
3.3.10	Version logarithmique de l'algorithme BCJR .....	64
3.3.11	Méthodes d'approximation .....	67



3.3.12	Autres méthodes .....	69
3.3.13	Méthode retenue pour le décodage de code correcteur d'erreur.....	69
3.4	Méthodes d'analyse des performances des codes .....	70
3.4.1	Diagrammes EXIT.....	70
3.4.2	Méthode d'évolution du SNR.....	71
3.4.3	Cas de l'OFDM et du MIMO .....	73
3.5	Résultats sur les techniques FEC et la méthode d'évolution du SNR.....	74
3.5.1	Performance sur la détection des symboles des messages non codé et codé .....	74
3.5.2	Taille des blocs de données .....	76
3.5.3	Longueur de contrainte .....	78
3.5.4	Variance de l'erreur des décisions douces .....	82
3.6	Résultats sur la technique d'évolution du SNR.....	83
3.7	Effet de l'erreur d'estimation du SNR sur le code convolutionnel .....	85
3.8	Calcul de la valeur extrinsèque du LLR.....	88
Chapitre 4 - Méthodes autodidactes d'estimation de canal.....		90
4.1	Estimation basée sur la décision douce .....	92
4.1.1	Relations entre la décision douce et l'interférence résiduelle.....	94
4.1.2	Variance de l'estimateur basé sur la corrélation .....	96
4.1.3	Estimateur basé sur la corrélation pondérée .....	97

4.1.4	Variance de l'estimateur basé sur la corrélation pondérée .....	99
4.1.5	Erreur sur l'estimé sur la variance .....	100
4.2	Estimation basée sur les méthodes d'estimation du SNR .....	103
4.2.1	Utilisation des entrelaceurs indépendants et de l'étalement dans l'estimation du SNR.....	104
4.2.2	Trois méthodes d'estimations du SNR .....	105
4.3	Algorithme du module constant .....	111
4.4	Ambiguïté de signe sur les canaux .....	111
4.4.1	Méthodes habituelle pour lever l'ambiguïté .....	112
4.4.2	Utilisation du codage convolutionnel .....	113
4.4.3	Cas modulation complexe.....	115
Chapitre 5 - Retour de décision et prédiction de canal appliqués à l'IDMA .....		117
5.1	Retour de décision .....	118
5.1.1	Décomposition de l'erreur du retour de décision.....	118
5.1.2	Modèle du canal variant dans le temps pour le retour de décision .....	119
5.1.3	Temps de corrélation .....	119
5.1.4	Variance de l'erreur selon le temps .....	119
5.1.5	Variance sur le canal causée par l'utilisation de la moyenne .....	122
5.2	Prédiction de canal et fonction variant dans le temps .....	127

5.2.1	Modèles simplifiés de canaux variant dans le temps .....	128
5.2.2	Méthodes de prédictions dans la littérature .....	128
5.2.3	Prédiction de la moyenne.....	130
5.2.4	Prédiction du gain variant dans le temps .....	131
5.2.5	Correction de la prédiction par la moyenne.....	133
5.2.6	Canaux à interférence inter symboles .....	133
5.2.7	Causes d'erreur d'estimation de la moyenne .....	134
5.2.8	Comparaison entre les méthodes ESPRIT et ARMA .....	136
5.2.9	Note sur l'utilisation du RLS pour la prédiction de canal .....	136
5.2.10	Prise en compte de l'effet de l'incertitude sur les canaux .....	137
5.2.11	Prédiction de canal et OFDM .....	137
5.2.12	Prédiction de canal et MIMO.....	138
5.2.13	Application aux méthodes semi-autodidactes (avec pilotes).....	138
Chapitre 6 - Travaux futurs.....		139
Bibliographie.....		142
Annexe A – IDMA vs CDMA : une nouvelle liberté .....		156
Annexe B – Critères de qualité d'un système de communication sans fil .....		160
Annexe C – Modèles de canaux.....		163
C.1	Distributions de la puissance .....	166

C.2	Distribution des taps des canaux.....	168
C.3	Canal variant dans le temps .....	169
C.4	Gestion de la puissance.....	171
C.5	Modèles de canaux incluant la normalisation de la puissance.....	172
Annexe D –	Statistiques des signaux .....	174
D.1	Calcul du LLR à partir du signal .....	174
D.2	Calcul de la probabilité à partir du signal.....	175
D.3	Calcul des relations entre les différentes statistiques.....	176
D.3.1	Calcul de la probabilité à partir du LLR .....	176
D.3.2	Espérance à partir de la probabilité.....	177
D.3.3	Espérance à partir du LLR .....	177
D.3.4	Variance à partir de l'espérance.....	178
Annexe E –	Statistiques des signaux bribes pour signaux réels, complexes et variant dans le temps .....	179
E.1	Détection bribe par bribe pour des signaux QPSK et des canaux complexes.....	179
E.2	Mappage en symboles QPSK .....	180
E.3	Approche Bayesienne pour les modulations QPSK .....	180
E.4	Détection bribe par bribe canaux sans mémoire variant dans le temps ou pour canaux avec démodulation OFDM .....	182

Annexe F – Positionnement du mappage en symboles QPSK dans la chaîne de transmission .....	184
Annexe G – Calcul du LLR avec une distribution sur le gain .....	187
G.1 Calcul du LLR avec une distribution sur le gain d’une seule bribe .....	187
G.2 Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement.....	192
G.3 Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement avec un SNR variable .....	198
Annexe H – Autre formulation pour la simplification de l’équation de probabilité des états .....	203
H.1 Équivalence de la reformulation de l’équation de probabilité des états.....	204
Annexe I – Calcul de l’espérance de la variance du signal décodé avec seulement l’étalement. ....	206
Annexe J – Calcul de la valeur extrinsèque du LLR .....	209
J.1 Utilisateurs à code orthogonaux .....	209
J.2 Utilisateurs à code non-orthogonaux.....	213
J.3 Utilisateurs à entrelaceurs indépendants .....	217
J.4 Annulation d’interférence avec bruit nul au sens déterministe .....	218
J.5 Autres aspects liés aux probabilités extrinsèques.....	221
Annexe K – Temps de corrélation .....	222
Annexe L – Variance de l’erreur causée par le retour de décision .....	225

Annexe M – Erreur causée par l'utilisation de la moyenne du gain se le bloc de données actuel.....	228
Annexe N – Développement des équations de l'algorithme de détection pour l'IDMA dans le contexte de l'OFDM.....	230
Annexe O – Systèmes MIMO-OFDM-IDMA .....	235
O.1 OFDM .....	235
O.1.1 Comparaison entre la détection en IDMA et en OFDM-IDMA .....	237
O.1.2 Comparaison entre la détection en OFDM-IDMA, en OFDM-CDMA et en OFDMA .....	237
O.1.3 Estimation de canal en OFDM-IDMA.....	239
O.1.4 Techniques de réduction de PAPR en OFDM-IDMA .....	240
O.1.5 SC-FDE-IDMA.....	240
O.2 Détection bribe par bribe et systèmes MIMO .....	241
O.2.1 Configuration du multiplexage MIMO.....	241
O.2.2 Détection dans le système MIMO multiusager.....	244
O.2.3 Covariance de l'interférence pour un système MIMO multiusager.....	247
O.2.4 Covariance des nombres complexes .....	248
O.2.5 Covariances des parties réelles et imaginaires prises séparément .....	250

O.2.6 Multiplication par le conjugué du canal .....	250
O.2.7 Approche bayésienne de la détection MIMO avec multiplication par le conjugué du canal .....	252
O.2.8 Équations des covariances pour le système MIMO-IDMA avec modulation QPSK .....	253
Annexe P – Constant Modulus Algorithm Based Receiver for Interleave Division Multiple Access .....	252
Annexe Q – Theoretical Study of the Impact of Channel Estimation Errors on the Performance of IDMA Detectors.....	252

## Liste des tableaux

Tableau 3-1 Trois différentes sorties pour le décodage d'un code convolutionnel .....	56
Tableau 3-2 Transitions et sorties d'un code convolutionnel typique.....	58



## Liste des figures

Figure 2-1	Chaîne de transmission aux émetteurs d'un système IDMA conventionnel et canal à accès multiple. ....	19
Figure 2-2	Chaîne de transmission à la réception d'un système IDMA conventionnel. ....	20
Figure 2-3	Différence entrelacement du code correcteur d'erreur (en haut) et entrelacement au niveau de la bribe (en bas). ....	22
Figure 3-1	Modèle du système avec FEC et canal AWGN .....	55
Figure 3-2	Treillis représentant un modèle de Markov pour code convolutionnel .....	57
Figure 3-3	Exemples de transitions possibles .....	58
Figure 3-4	États associés à un symbole du message .....	59
Figure 3-5	États associés à un symbole du message codé .....	60
Figure 3-6	Comparaison entre le BER sur le message et sur le message codé avec code convolutionnel (2,1,3) .....	75
Figure 3-7	Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel (2,1,5) selon la taille des blocs de données (SNR).....	77
Figure 3-8	Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel (2,1,5) selon la taille des blocs de données ( $E_b/N_0$ ).....	77
Figure 3-9	Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel avec différentes longueurs de contraintes (SNR) .....	78
Figure 3-10	Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel avec différentes longueurs de contraintes ( $E_b/N_0$ ).....	79
Figure 3-11	Comparaison entre le BER sur le message codé avec code convolutionnel avec différentes longueurs de contraintes (SNR) .....	80

Figure 3-12	Comparaison entre le BER sur le message codé avec différentes longueur de contrainte et un bruit corrélé .....	80
Figure 3-13	Comparaisons du BER entre différents codes (2,1,5) .....	81
Figure 3-14	Comparaison entre la variance avant et après décodage sur le message codé avec un code convolutionnel .....	82
Figure 3-15	Variance selon le ber pour différents codes convolutionnels .....	83
Figure 3-16	Résultats de la méthode d'évolution du SNR pour différents codes .....	85
Figure 3-17	Comparaison entre le BER sur le message codé selon l'erreur sur le SNR avec un code convolutionnel (2,1,3) .....	86
Figure 3-18	Comparaison du BER sur le message codé avec une erreur sur le SNR pour différents codes convolutionnels .....	87
Figure 4-1	Variance de l'estimateur basé sur la corrélation selon le SNR .....	97
Figure 4-2	Effet de l'utilisation de la pondération sur la variance de l'estimation de canal .....	98
Figure 4-3	Variance de l'estimateur basé sur la corrélation pondérée .....	100
Figure 4-4	Variance de l'erreur sur la variance de l'estimé .....	100
Figure 4-5	Erreur relative sur la variance de l'estimé .....	101
Figure 4-6	Erreur relative sur la variance de l'estimé avec beaucoup de données .....	102
Figure 4-7	Effet de l'utilisation de la pondération sur la variance de l'estimation de canal avec beaucoup de données .....	102
Figure 4-8	Comparaison des performances des méthodes d'estimation du SNR .....	107
Figure 4-9	SNR estimé selon SNR avec la méthode du ratio abs/carré .....	108
Figure 4-10	Comparaison des méthodes d'estimation du SNR pour le calcul de l'amplitude du gain .....	108
Figure 4-11	Performances de la méthode du ratio selon le nombre de données pour le calcul de l'amplitude du gain .....	109
Figure 4-12	Performances de la méthode basée sur la décision selon le nombre de données pour le calcul de l'amplitude du gain .....	110

Figure 4-13	Performances de la méthode basée sur les données connues selon le nombre de données pour le calcul de l'amplitude du gain .....	110
Figure 4-14	Comparaison entre les performances du code convolutionnel (2,1,3) avec différentes grandeur de blocs pour lever l'ambiguïté de signe.....	114
Figure 4-15	Comparaison entre les performances de codes convolutionnels de différentes longueur de contrainte pour lever l'ambiguïté de signe.....	115
Figure 5-1	Variance de l'erreur de l'estimé du canal par le retour de décision selon le temps.....	120
Figure 5-2	Variance de l'erreur de l'estimé du canal par le retour de décision selon le temps à long terme.....	121
Figure 5-3	Histogramme de la partie réelle de l'erreur avec 1 seul chemin .....	122
Figure 5-4	Histogramme de la partie réelle de l'erreur avec 16 chemins .....	122
Figure 5-5	Variance moyenne de l'erreur de l'estimé du canal par retour de décision causée par l'utilisation de la moyenne selon la durée des blocs.....	124
Figure 5-6	Variance de la différence entre le gain et la moyenne du gain sur un bloc selon le temps par rapport au centre du bloc pour des blocs courts.....	125
Figure 5-7	Erreur de la moyenne sur la valeur centrale .....	126
Figure 5-8	Variance de la différence entre le gain et la moyenne du gain sur un bloc selon le temps par rapport au centre du bloc pour des blocs longs.....	126

# **Chapitre 1 - Introduction**

L'accès rapide à l'information est un aspect fondamental de la société actuelle. Les technologies de télécommunication y jouent donc un rôle prépondérant. Plus particulièrement, les technologies sans fils à accès multiples procurent maintenant une nouvelle liberté. Au fur et à mesure que les avancées font miroiter de nouvelles possibilités, la demande ne s'en trouve que grandit. Il ne semble pas en ce moment qu'il y ait une limite au besoin de communiquer, ce qui est une bonne nouvelle pour les ingénieurs en télécommunication... Les défis ont trait à la vitesse, à la fiabilité, à la sécurité et à l'accès grand public (faible coût) des systèmes.

## **1.1 Introduction générale des applications pratiques**

Plusieurs méthodes de communications existent. Cependant, avec le désir d'avoir accès aux communications tout en se déplaçant, l'utilisation d'une connexion matérielle est compliquée. Nous nous intéressons donc aux communications sans fil mobiles.

Cette section montre les différentes applications possibles liées aux communications sans fil et permet de situer parmi celles-ci le type d'application visé par les recherches présentées. Trois manières de classer les applications seront discutées, soit le type d'environnement, les superficies couvertes et les grandes lignes de technologies existantes. Quelques détails seront ajoutés pour préciser l'application visée.

### *1.1.1 Environnement*

L'environnement est un facteur déterminant dans les choix technologiques en communication sans fils. Aussi, peut diviser les applications pratiques selon le type d'environnement :

- Communication extérieure en milieu dégagé

Les milieux dégagés sont souvent synonymes d'une possibilité d'accès directe entre l'émetteur et le récepteur. L'exploitation de cette réalité apporte évidemment certains avantages, mais aussi sa part d'inconvénients qui est à considérer, surtout dans les cas d'utilisateurs multiples. Aussi, avec l'utilisation d'antennes directionnelles, la question de l'enlignement devient problématique. Une autre difficulté des milieux dégagés est la distance à couvrir qui est généralement grande. Une application typique de cet environnement est la radio qui utilise des fréquences qui font que même des grandes villes se comportent comme des milieux dégagés. Une autre application est la communication cellulaire.

- Communication en milieu urbain

La grande ville est un milieu particulier pour le nombre de phénomènes qui s'y retrouvent. Les ondes sont réfléchies, diffractées, diffusées et absorbées. Les temps de propagation entre plusieurs chemins peuvent varier énormément. Aussi, la quantité de communication sans fil est généralement très grande. Il y a donc plusieurs sources d'interférences. De plus, l'aspect mobilité est souvent un facteur important. Une application typique de cet environnement est la téléphonie cellulaire.

- Communication en milieu intérieur

Les communications en milieu intérieur comportent aussi plusieurs phénomènes. Les délais de propagation entre différents chemins sont généralement plus rapprochés qu'en communication en milieu urbain. Cependant, les types de milieux peuvent varier énormément d'une pièce à l'autre. De plus, passer au travers des murs ou des étages, ou encore au travers de cages d'ascenseurs représente des défis supplémentaires. La question du multiusager est aussi bien présente dans ce type de milieu. Finalement, quoique les applications puissent être portables, les déplacements sont généralement beaucoup plus lents qu'en milieux extérieur. Une application typique de cet environnement est la connexion internet par WiFi.

L'intérêt des recherches présentées se situe dans les communications en milieu urbain

#### *1.1.2 Environnement technologique*

Il est important lors de l'analyse de l'environnement technologique de tenir compte de ce qui est sur le marché et de se positionner en rapport à cela. Quand on parle de technologies mobiles, on pense souvent aux différentes générations de systèmes de communications. Ces différentes générations se distinguent entre autre par la méthode de séparation des usagers.

- Première génération : accès multiple par répartition en fréquences (FDMA)

Au début de la téléphonie cellulaire, le principe des ondes FM était utilisé pour le transport d'information. C'était donc une modulation analogique. Aussi, chaque utilisateur prenait une bande de fréquence pendant une conversation. Il y avait donc des pertes liées au fait que la bande n'était pas réallouée pendant les temps morts. De plus, cette méthode ne profitait aucunement de la notion de diversité en fréquence.

- Deuxième génération : accès multiple par répartition dans le temps (TDMA)

Cette deuxième génération a amené la téléphonie cellulaire au numérique. Aussi, la division entre les usagers n'était plus dans le domaine fréquentiel, mais plutôt dans le domaine temporel. Donc, il y avait un gain au niveau de la diversité fréquentielle, mais une légère perte du côté de la diversité temporelle.

- Troisième génération : accès multiple par répartition par le code (CDMA)

Cette génération, appelée commercialement CDMA ou de manière générale accès multiple avec étalement de spectre, sépare les usagers en leur donnant des codes différents. Cela permet lors du décodage de considérer l'effet des interférences inter-usager comme un bruit gaussien. Cette méthode permet une diversité fréquentielle et temporelle.

- Quatrième génération : accès multiple par répartition en fréquences orthogonales (OFDMA / SC-FDMA)

Depuis la première générations, plusieurs avancées technologiques, notamment au niveau de l'implémentation du traitement de signal (calculateurs plus rapides) ont permis de reconsidérer la répartition en fréquence comme une option intéressante. La première grande différence entre la première et quatrième génération est que cette dernière est numérique. Ensuite, la répartition en fréquences orthogonales permet d'utiliser des bandes de fréquences sans espacement grâce aux transformées de Fourier discrètes rapides (FFT). De plus, la possibilité d'utiliser des algorithmes d'optimisation permet d'allouer des bandes de fréquences de manière plus efficace, ce qui réduit l'effet du manque de diversité en fréquence. Notons que deux méthodes complémentaires sont utilisées pour cette génération,

soit l'OFDMA et le SC-FDMA [Ciocchina10]. Il faut de plus mentionner que les systèmes augmentent en flexibilité.

Le projet de recherche se retrouvera dans les technologies de troisièmes et quatrièmes générations. Les techniques d'étalement du spectre sont encore très intéressantes et compétitive face à l'OFDMA. De plus, les différentes méthodes peuvent être complémentaires.

### *1.1.3 Types de réseaux et direction de la liaison*

Avec la sélection du type d'environnement considéré, des superficies couvertes, et de l'environnement technologique, on doit encore considérer deux autres aspects important pour bien comprendre sur quel type d'application se situe le sujet de recherche. Tout d'abord, il y a plusieurs types de réseaux sans fils :

- Réseaux centralisés

Ces réseaux sont composés d'une seule station de base et tous les appareils portables communiquent avec celle-ci.

- Réseaux cellulaires

La région est divisée en régions et chaque appareil portable a accès à plusieurs stations de base. Une gestion de la sélection des stations de bases accessible est nécessaire.

- Réseaux ad-hoc

Pour les réseaux ad-hoc n'y a pas de station de base. Les appareils peuvent communiquer directement ou indirectement en utilisant d'autres appareils comme relais. Le choix sera d'utiliser un réseau centralisé pour raison de simplicité.



Ensuite, dans un système, il y a généralement deux directions pour la communication, soit de la station de base vers les usagers et des usagers vers la station de base. Les deux directions ont des problématiques communes et d'autres particulières. Par choix, nous nous intéresserons à la seconde, aussi appelée la liaison montante.

#### *1.1.4 Résumé du type d'application visé*

Le type d'application visé est donc la liaison montante d'un réseau sans fil centralisé en milieu urbain pour des réseaux de type WMAN et WWAN considérant les technologies de troisième et quatrième générations.

### **1.2 Introduction du domaine de recherche par le système OSI**

Les systèmes de communications sont souvent divisés en couches plus ou moins indépendantes les unes des autres. Entre autre, le modèle OSI (pour *open system interconnexion*) décrit les systèmes de télécommunication en 7 étages qui se retrouvent aussi bien à la transmission qu'à la réception. De plus, le modèle inclut la présence d'un canal. Voici un bref aperçu des différents composants décrits par OSI ainsi que des exemples simplifiés d'application.

#### *1.2.1 Couche application*

Cette couche est celle qui est la plus près de l'utilisateur. Elle est en contact avec des logiciels qui désirent utiliser des applications telles que HTTP (*Hyper Text Transfert Protocol*) ou FTP (*File Transfert Protocol*.) La couche application gère entre autre si l'application demandée est disponible.

### *1.2.2 Couche présentation*

La couche présentation prend les données qui sont en format compréhensibles par les logiciels et les transforment en format adaptés à la communication. Il s'y produit entre autre des encryptions pour sécuriser les communications et des compressions pour améliorer les débits.

### *1.2.3 Couche session*

Envoyer et recevoir de l'information sur un réseau nécessite des droits d'accès. La couche session gère cette problématique. À cette couche, on retrouve parfois les questions de facturations. Un autre exemple de l'utilisation d'une couche session, cette fois pour les réseaux sans fil est le changement de borne.

### *1.2.4 Couche transport*

La couche transport a pour objectif principal de s'assurer que toute l'information qui doit être transférée est bien transférée. Aussi, les paquets d'informations y sont divisés et reconstitués. C'est une sorte d'assurance qualité.

### *1.2.5 Couche réseau*

La couche réseau a pour but d'optimiser la quantité d'information qui peut être transigée sur un réseau. Le routeur est l'équipement caractéristique de cette couche. Les paquets sont dirigés de telle sorte que le message prenne le moins de temps possible à être transféré en tenant possiblement compte de l'achalandage des différentes ressources.

### 1.2.6 Couche liaison

La couche liaison gère l'accès aux ressources physiques selon les disponibilités immédiates. Elle vérifie aussi que les transmissions soient bien complétées et que les débits soient bien répartis tout en considérant les capacités de la couche physique.

### 1.2.7 Couche physique

Cette couche fait le lien entre les données numériques et analogiques. La couche physique d'un système de télécommunication est généralement complexe. Elle est elle-même composée de plusieurs sous-couches. On peut regrouper ces sous couches en étage analogique et étage numérique. L'étage analogique contient les antennes, l'électronique analogique de hautes fréquences (e.g. les filtres RF), les modulateurs / démodulateurs, ainsi que l'électronique de basse fréquence jusqu'à l'échantillonnage. L'étage numérique quant à elle inclut tout ce qui s'appelle traitement numériques du signal tant à l'émission qu'à la transmission. Il est à noter que les deux étages s'affectent mutuellement. Par exemple, une bonne compréhension des phénomènes de haute fréquence peut être utile lors du développement d'algorithmes numériques. Entre autres, les questions de synchronisation, de gestion de puissance, de modulation, de codage y sont adressées.

### 1.2.8 Canal

Le canal est le lien physique au travers duquel le message analogique est envoyé. Dans le cas de communication sans fil, l'air et l'environnement entourant l'émetteur et le récepteur définissent le canal. On peut nommer par exemple, les canaux binaires symétriques ou à bruit blanc additif (AWGN pour *Additive White Gaussian Noise*.) Plus de

détails sur les modèles de canaux seront donnés dans les pages suivantes. Il est à noter que souvent, le canal est traité comme faisant partie de la couche physique.

#### *1.2.9 Autres aspects du domaine de recherche*

Notons que les systèmes de communications ne possèdent pas nécessairement toutes ces couches. Les présentes recherches sont cadrées sur la couche physique tout en prenant considération du type de canal utilisé.

Le modèle OSI n'est certes pas le seul modèle de réseau de communication. Le modèle TCP/IP (*Transfert Control Protocol et Internet Protocol*) est aussi populaire et est composé de même de plusieurs couches. Dans cette représentation, les couches liaison et physique du modèle OSI sont réunies sous l'appellation de couche accès réseau.

#### *1.2.10 Domaine de recherche visé dans le mémoire*

C'est dans la couche physique se situe le projet. Le projet de recherche s'intéresse à l'étage numérique de la couche physique.

Le traitement de données numériques pour télécommunication mobile est un domaine qui se divise en deux. Le développement d'algorithme de traitement de signal est une première partie, tandis que leur implémentation sous forme matériel en est une seconde. Encore une fois, ces deux parties sont complémentaires et ne peuvent être développés sans tenir compte de l'autre. Une caractéristique importante des télécommunications est le fait que les algorithmes doivent pouvoir être implémentés pour fonctionner en temps réel. Cela montre le lien entre les deux aspects. De plus, au fur et à mesure que les solutions matérielles se développent, des algorithmes plus performants mais plus complexes peuvent être envisagés. Le projet de recherche s'intéresse au développement d'algorithme.

Le domaine de recherche visé par le projet est donc le développement d'algorithmes de traitement de signal numérique pour la couche physique d'un système de télécommunication.

### **1.3 Spécification des problématiques reliées directement au projet de maîtrise**

Le projet de maîtrise s'intéresse à l'IDMA. Le Laboratoire de recherche sur les micro-systèmes et télécommunications (LMST) s'intéresse entre autre aux méthodes de détection multiusagers. Parmi les méthodes de détection multiusager, l'IDMA [Ping06] a reçu une bonne part de l'attention ces dernières années. Le projet de recherche est basé sur cette technique. La présente section propose une revue de la littérature face aux différentes problématiques de l'IDMA dans le but d'identifier une problématique peu ou non traitée. Ensuite, une discussion sur l'importance de cette problématique et de sa place dans la littérature est apportée.

L'IDMA fait partie des méthodes de communication à accès multiple à étalement de spectre (*spread-spectrum*.) C'est une méthode relativement récente [Ping03] qui pourrait venir à remplacer le CDMA et qui offre des performances intéressantes face aux méthodes actuelles. Il est particulièrement étudié pour la liaison montante. Le transmetteur est constitué d'un codeur canal et d'un entrelaceur (*interleaver*). Contrairement au CDMA, c'est l'entrelaceur et non le code qui diffère entre les usagers. Le récepteur, quant à lui, cherche à séparer les signaux grâce au « désentrelaceur » (*deinterleaver*.) Par la suite, un décodage est effectué et une annulation d'interférence est appliquée. Pour utiliser l'annulation d'interférence, il faut donc que le décodeur puisse être de type SISO (pour soft input / soft output) qui utilise en entrée des valeurs probabilistes logarithmiques (*log-*

*likelihoods*.) Il est important de montrer que des modifications au système IDMA permettent de continuer à utiliser des décodages « softs ».

Il peut être difficile de comprendre les différences entre des systèmes CDMA et IDMA. Bien que la différence entre un système CDMA sans entrelaceur et un système IDMA soit évidente, il est parfois difficile de tracer la ligne entre le CDMA et l'IDMA. C'est pourquoi à l'annexe A la différence entre les deux systèmes est éclaircie. Aussi, un avantage clair de l'IDMA, nullement mentionné dans la littérature y est explicité.

Évidemment, certaines qualités sont recherchées lors du développement de systèmes de communication. Ces caractéristiques sont résumées dans l'annexe B.

#### **1.4 État de l'art sur l'IDMA**

La section suivante propose une revue de la littérature en ce qui concerne l'état de l'art sur les différentes problématiques en ayant pour objectif de trouver des problématiques non-adressées.

Pour commencer, certaines comparaisons avec des compétiteurs potentiels à la méthode ont été faites. Pour le CDMA, [Kusume09] et [Tseng10] présentent des comparaisons pour la détection. [Kusume09] montre que l'IDMA a un avantage au niveau de la complexité lorsqu'un grand nombre d'utilisateur est considéré. Toutefois, [Tseng10] montre que les performances ne sont pas supérieures lorsque comparées avec le CDMA avec codes longs. Pour l'OFDMA, [Ping07] fait une comparaison en montrant des résultats supérieurs au de l'OFDM-IDMA. Cependant, il est l'auteur de l'IDMA, ce qui biaise potentiellement l'analyse. Le SC-FDMA [Lim06] et le SDMA [Roy97] n'ont aucune comparaison avec

l'IDMA. La comparaison entre l'IDMA et ses compétiteurs n'est pas très exhaustive en générale et mériterait d'être approfondie.

L'IDMA a été simulé en environnement de canal Rayleigh non-sélectif et sélectif en fréquence. Les canaux MIMO ont été aussi considérés. [Zhou07] considère un canal variant dans le temps, mais seulement comme limite sur le temps de cohérence. Il serait donc intéressant d'observer le comportement de l'IDMA simulé avec des modèles de canaux ayant des comportements temporels dynamiques.

La génération d'entrelaceurs (interleavers) est un aspect important de l'IDMA. La littérature contient un certain nombre d'articles sur la génération d'entrelaceurs adaptés pour l'IDMA avec entre autre [Wu06] [Luo09].

Le codage aussi est une partie essentielle pour les performances du système IDMA. Là encore, plusieurs recherches se sont penchées sur le sujet [Ping03] [Ling06] [Zhang07] [Yan09]. Notons que toutes les méthodes emploient des décodeurs à décision douce. Étant donné le haut niveau de bruit, il serait difficilement de faire autrement.

La détection en IDMA inclut toujours une méthode d'annulation d'interférence. C'est donc une détection avec décodage itératif [Ping06].

Plusieurs modulations ont été appliquées à l'IDMA, notamment :

- QAM (QPSK [Ping06]) (multi-stream [Ping07])
- MIMO [Novak07] [Linton08]
- OFDM [Ping07]
- SC-FDE [Lim07]
- MIMO-OFDM [Shikida10].

Ce qui est le plus manquant, c'est des modulations en QAM avec de plus grandes constellations. Cependant, le sujet n'est pas aisé à cause des fortes interférences inter-usagers lors des premières itérations du décodage. L'approche multi-stream est présentement privilégiée dans la littérature.

L'estimation se fait principalement par pilotes embarqués et des méthodes semi-blinds [Ping03] [Zhu03] [Schoeneich05] [Schoeneich06] [Zhou07] [Song10] [Aliesawi10] [Shikida10]. Seule la modulation SC-FDE est orpheline de méthode d'estimation en IDMA.

La question de synchronisation n'est traitée que comme une question de canal à plusieurs chemins dans [Ping06]. D'autres articles se penchent plus en profondeur sur cette question [Senanayake10] [Yin10] [Ma09].

L'allocation de puissance est étudiée dans [Li05] [Wang06]. Aussi, une allocation de code de puissances différentes a été mise à l'épreuve dans [Zhang10].

Deux sujets reliés ne sont pas abordés dans le contexte de l'IDMA dans la littérature.

- Les méthodes autodidactes d'estimation du canal
- La poursuite du canal par retour de décision, ou par prédiction du canal

Le lien entre les deux sujets est que ces méthodes cherchent à augmenter l'efficacité spectrale en éliminant la présence de pilotes. D'ailleurs, le retour de décision est souvent considéré comme une méthode autodidacte.

Bien que ces thématiques n'aient pas été étudiées dans le contexte de l'IDMA, elles sont traitées en MIMO et en CDMA.

Probablement toutes les méthodes d'estimation autodidactes existantes ont été appliquées pour le CDMA. Par exemple,



- [He98] utilise l'algorithme du module constant (CMA);
- [Zhang08] emploie les ICA;
- [Yue04] fait l'usage de méthodes autodidactes pour le MIMO-CDMA;
- [Weijun04] considère des méthodes de sous-espaces.

Il y a plusieurs références avec poursuite et prédiction en MIMO et en CDMA: une soixantaine d'articles ont été trouvés. Par exemple :

- [Hu06] fait du retour de décision pour OFDM-CDMA
- [Sahin04] fait de l'adaptation de liaison basée sur la prédiction de canal en CDMA

La poursuite et la prédiction de canal en contexte IDMA sur des canaux variant dans le temps est donc une problématique absente de la littérature.

Trouver une problématique de recherche qui n'a pas déjà été traitée n'est pas suffisant. Il faut encore évaluer la pertinence de la problématique : y a-t-il y gain substantiel espéré et si oui, à quel niveau? Les problématiques de débits, nombre d'utilisateur, fiabilité et complexité, mentionnés plus haut peuvent être aussi considérés comme critères de performance. Si la résolution d'une problématique permet d'améliorer un système de manière significative face à une de ces quatre critères, même possiblement au détriment d'un autre critère, la recherche peut être pertinente.

L'IDMA nécessite une bonne précision sur l'estimation de canaux à cause de l'annulation d'interférence. Or, pour des canaux variant dans le temps, l'estimation devient désuète rapidement. Il faut alors estimer plus souvent. L'IDMA utilise généralement la superposition de pilotes pour faire l'estimation des canaux. Ces pilotes ajoutent une

interférence croissante au fur et à mesure que le nombre d'usager augmente. De plus, avec une interférence plus grande, l'estimation des canaux devient de moins en moins précise. Donc, le besoin d'estimer les canaux plus souvent limite le nombre d'usagers simultanés. L'importance de la problématique de recherche est donc justifiée. Pour l'appuyer davantage, on remarque que cette même problématique est abordée dans le MIMO et le CDMA.

Il est à noter que lorsqu'on parle de retour de décision ou de prédiction de canal, on doit aborder trois aspects importants. Premièrement, il n'est pas pertinent d'étudier le retour de décision et encore moins la prédiction de canal lorsque les canaux sont invariant dans le temps. Il est donc important d'inclure une étude des canaux variant dans le temps pour aborder ces sujets. Deuxièmement, le retour de décision et la prédiction engendrent généralement une erreur non négligeable sur les informations sur le canal (CSI pour *channel state information*). Il devient nécessaire d'en considérer l'impact. Finalement, les retours de décision et prédictions se basent sur des estimés du canal. Il est donc nécessaire de considérer les méthodes d'estimation de canal en détail.

### **1.5 Résumé de la problématique et plan du mémoire**

En gros, l'idée du mémoire est de voir comment on peut utiliser les méthodes autodidactes, incluant le retour de décision et par extension les méthodes prédictives, dans le contexte de l'IDMA.

On présentera donc en premier lieu au chapitre 2 le système de détection multiusager IDMA. Étant donné que les méthodes autodidactes donnent des CSI imparfait, des méthodes de traitement de ces imprécisions sont développés.

Ensuite, les techniques d'entrelacement et de codage utilisés dans l'IDMA sont présentées au chapitre 3. Un décodeur convolutionnel à entrée et sortie douce en version logarithmique a été programmé et ses performances ont été testées. De plus, une étude originale des performances avec des CSI imparfaits a été réalisée.

Au chapitre 4, une méthode pour n'utiliser que la décision douce pour obtenir les CSI est développée à partir d'une méthode d'estimation semi-autodidacte. De plus, des estimateurs de performances des différents estimateurs sont développés. Puis, des techniques d'évaluation du SNR et d'estimation de canal autodidactes sont appliquées pour l'IDMA. Une méthode basée sur l'asymétrie du code convolutionnel est aussi développée afin de lever l'ambiguïté de signe.

Le chapitre 5 présente quant à lui les approches de retour de décision et de prédiction de canal. Bien que le retour de décision soit trivial, le calcul de l'erreur causée par le retard de l'information sur le CSI est plus difficile. Ce calcul a été fait de manière analytique et par simulation. Lorsque le canal varie très rapidement, le retour de décision n'est plus efficace. De plus, même l'évaluation des CSI par d'autre moyen devient difficile. La prédiction de canal devient alors utile puisqu'elle permet d'utiliser l'information sur une bien plus grande durée pour déduire les CSI. De plus, il devient réaliste d'obtenir des CSI variant dans le temps, ce qui permet de bien meilleurs résultats. L'applicabilité des méthodes de prédiction à l'IDMA est ainsi montrée.

Finalement le chapitre 6 conclut le mémoire en discutant des travaux futurs. Entre autre, le développement d'un système MIMO-OFDM-IDMA déjà réalisé y est discuté.



## **Chapitre 2 - Détection multiusager dans les systèmes IDMA avec CSI imparfaits**

L'objectif de ce chapitre est de montrer comment se fait la détection multiusager des systèmes IDMA lorsque les CSI ne sont pas parfaitement connus. Pour ce faire, on montre premièrement la structure d'un système IDMA conventionnel. Ensuite, on montre le modèle de canal qui est utilisé, modèle dont les CSI font référence. Puis, une revue des différentes approches pour la détection multiusager appliqué à l'IDMA est montrée pour amener les méthodes conventionnelles.

L'originalité dans ce chapitre se retrouve principalement sur le développement de trois méthodes de calcul de LLR lorsque le canal n'est pas connu parfaitement. La première de ces méthodes a été publiée dans [Caza-Szoka12b].

### **2.1 Système IDMA conventionnel**

Un système IDMA est présenté ici. Le système IDMA est un système multiusager qui permet de différencier les usagers seulement par leurs entrelaceurs. La figure 2-1 montre la chaîne de transmission des émetteurs.

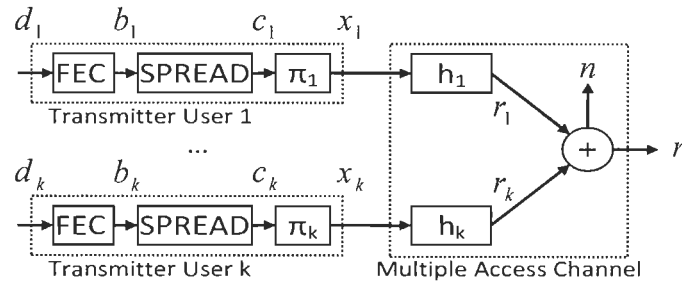


Figure 2-1 Chaîne de transmission aux émetteurs d'un système IDMA conventionnel et canal à accès multiple.

Les données sont présentées par blocs à l'émetteur. Les données sont premièrement encodées par un code avec un taux de codage très faible. Dans le cas présenté, c'est un code concaténé en série qui est utilisé, composé d'un code correcteur (e.g. code convolutionnel) suivi d'un étalement. Les données encodées, appelées bribes, sont ensuite mélangé par un entrelaceur avant d'être envoyés sur un canal à accès multiple. Les différents aspects des canaux sont abordés à l'annexe C. L'entrelaceur agit sur toutes les bribes du bloc. Répétons que seul l'entrelaceur différencie les usagers. Les entrelaceurs doivent donc être différents. Par contre, les codes et les canaux peuvent être identiques pour tous les usagers.

À la réception, le signal reçu est décodé de manière itérative, avec une annulation d'interférence parallèle. La figure 2-2 montre le récepteur IDMA conventionnel.

Les statistiques des signaux sont calculées à l'estimateur de signaux élémentaires (ESE) pour chaque usager. Ces signaux sont ensuite désentrelacés et décodés, ré-encodés et ré-entrelacés et retournés au ESE. L'ESE utilise ces signaux pour effectuer une annulation d'interférence parallèle. Il est à noter que le calcul des statistiques des signaux par l'ESE nécessite les CSI.

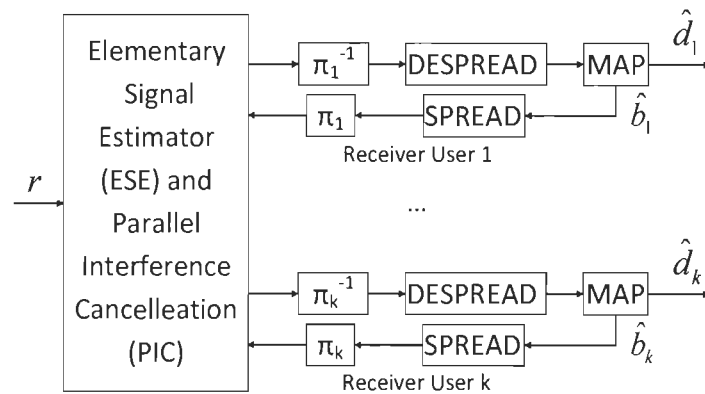


Figure 2-2 Chaîne de transmission à la réception d'un système IDMA conventionnel.

## 2.2 Détection multiusager

S'il y avait un argument de vente pour l'IDMA, ce serait sa capacité à traiter un grand nombre d'utilisateurs. [Ping06] parle de plus de 100 utilisateurs, ce qui est beaucoup pour une méthode multiusager. De même, l'IDMA peut aussi traiter un grand nombre d'antennes dans les systèmes MIMO. De plus, l'IDMA arrive à traiter les canaux à plusieurs chemins, dans le cas où l'OFDM n'est pas utilisé. La raison de son avantage est l'utilisation de la détection de type « bribe-par-bribe » permise par les entrelaceurs indépendants qui permet une complexité d'ordre raisonnable selon le nombre d'utilisateurs [Wang99][Mahadevappa02][Ping06]. Notons que l'IDMA est un dérivé du CDMA. À l'annexe A, on souligne les différences entre les deux types de systèmes.

On commence l'analyse de la détection multiusager pour un système SISO avec modulation binaire (BPSK pour *binary phase shift keying*). L'effet de canaux complexes et de modulation de phase en quadrature (QPSK pour *quadrature phase shift keying*) sont

discutés à l'annexe E. Les systèmes OFDM et MIMO sont discutés, mais ce n'est traité qu'à l'annexe O. Finalement, on traite la détection dans le cas où les canaux ne sont pas parfaitement connus.

Il faut souligner que plusieurs méthodes de détection multiusager se différencient grandement par le traitement qu'elles font avec l'interférence intersymboles. Beaucoup de méthodes se rejoignent lorsque les canaux sont sans mémoire.

### 2.2.1 Détection optimale

Dans le cas où seul un étalement est utilisé (IDMA non codé), il est possible de produire un décodeur optimal. En utilisant une notation matricielle, [Nagy07] permet d'exprimer le système de manière à pouvoir l'inverser. Cependant, cette méthode nécessite l'inversion d'une matrice qui grandit à la fois avec le nombre d'utilisateurs et le nombre de données du bloc. La taille de la matrice ne varie pratiquement pas selon le nombre de chemins et la taille de l'étalement. Pour un grand nombre d'utilisateurs et pour des blocs de données de taille raisonnable, la méthode n'est pas applicable, même si les matrices sont de creuses (*sparse matrix*). De plus, la méthode ne permet pas d'utiliser les codes FEC de manière optimale.

Pour tenir compte des FEC et garder l'optimalité, il est possible d'employer un décodage optimal multiusager. De plus, dans le cas d'un canal avec ISI, on peut considérer les différents chemins dans le décodage. Évidemment, la complexité est encore une fois très grande [Mahadevappa02] [Giallorenzi96]. Aussi, ces méthodes ont été détaillées pour le CDMA. L'emploi d'entrelaceurs indépendants au niveau des bribes dans l'IDMA rend les



méthodes utilisant les treillis inutiles. L'IDMA a été développée à partir de méthodes de détection sous-optimales du CDMA, et non à partir des méthodes optimales.

### 2.2.2 Détection de type « Bribe-par-Bribe »

Les entrelaceurs peuvent être appliqués à deux endroits dans la chaîne de communication. La figure 2-3 montre la différence entre deux signaux composés d'un code correcteur d'erreur, d'un entrelaceur et d'un étalement.

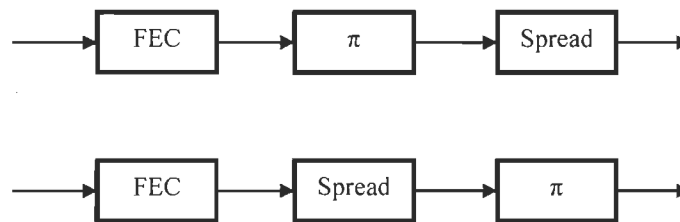


Figure 2-3 Différence entrelacement du code correcteur d'erreur (en haut) et entrelacement au niveau de la bribe (en bas).

Un effet important de la position de l'entrelaceur est l'indépendance des bribes liées à un même symbole du FEC. Dans le cas où l'entrelaceur est placé avant, il y a une forte corrélation entre cette bribe et les négliger peut avoir des effets importants [Cheun97][Wautier01]. Le décodage dans ce cas devient compliqué, surtout lorsque le nombre de chemins du canal et que le nombre de bribe d'étalement sont grands [Wang99]. Dans le cas contraire, la corrélation est très fortement diminuée entre les bribes d'un même symbole et elle peut être négligée, comme dans [Mahadevappa02]. Aussi, l'usage d'entrelaceurs différents selon les usagers permet de réduire cette corrélation d'avantage.

(Notons que [Mahadevappa02] ne propose pas exactement un système IDMA puisqu'il utilise des codes différents selon les usagers.)

La présence d'entrelaceurs indépendants au niveau des bribes permet d'utiliser la détection de type « bribe-par-bribe » [Mahadevappa02]. Le fait que les entrelaceurs soient indépendants permet de réduire considérablement la corrélation entre des bribes rapprochées. L'idée du « Bribe-par-Bribe » est de considérer la somme des interférences et du bruit comme un seul bruit, ayant une distribution gaussienne. Pour chaque signal de chaque usager, une estimation sous forme probabiliste est donnée pour chaque bribe. Par la suite, les désentrelacements et décodages sont effectués indépendamment pour chaque usager.

Le « bribe-par-bribe » peut s'appliquer de plusieurs manières. [Mahadevappa02] montre une approche basée sur le MRC et [Lihai03] détaille deux autres méthodes, soit le « *soft rake* » et l'approche gaussienne jumellée (JG pour *Joint Gaussian*). Ces méthodes sont de beaucoup plus simples que les méthodes optimales et donnent de bons résultats.

Quoiqu'il soit possible d'appliquer le bribe-par-bribe sans annulation d'interférence, par exemple pour des systèmes peu chargés, cette détection est détaillée dans la littérature dans le contexte d'annulation d'interférence parallèle. C'est de plus dans ce contexte qu'il est utilisé pour ce mémoire. C'est donc à partir des équations d'annulation d'interférence que sont écrites les équations des trois méthodes.

### 2.2.3 Équations de l'annulation d'interférence parallèle pour le *soft rake*

Le *soft rake* utilise comme supposition que l'interférence sur les signaux des différents chemins ne sont pas corrélés, donc que :

$$E[(r_{k,l}^n - \zeta_{k,l}^n)(r_{k,l+1}^n - \zeta_{k,l+1}^n)] = 0. \quad (2.1)$$

Avec cette supposition, le signal associé à l'utilisateur  $k$  qui provient de la bribe  $x_k(n)$  après annulation d'interférences a la forme suivante :

$$r_{k,l}^n(n+l) = r(n+l) - \sum_{k'} \sum_{l'} h_{k'}^{l'} \hat{x}_{k'}(n-l'), \quad (k', l') \neq (k, l) \quad (2.2)$$

ou sous une autre forme :

$$r_{k,l}^n(n+l) = h_k^l x_k(n) + \sum_{k'} \sum_{l'} h_{k'}^{l'} (x_{k'}(n-l') - \hat{x}_{k'}(n-l')) + n(j), \quad (k', l') \neq (k, l) \quad (2.3)$$

Le calcul des différentes statistiques pertinentes peuvent se développer à partir de ces deux équations. Sous ces deux formes, la double sommation doit être recalculée pour chaque chemin de chaque usager et de chaque bribe de chaque statistique. La complexité sous cette forme est donc de  $O(KL)$  par usager. Une autre écriture permet de réduire l'ordre de complexité. En effet, on peut calculer une seule double sommation pour tous les chemins de tous les usagers et soustraire par la suite le terme excédent :

$$r_{k,l}^n(n+l) = r(n+l) - \left( \sum_{k'} \sum_{l'} h_{k'}^{l'} \hat{x}_{k'}(n-l') - h_k^l \hat{x}_k(n) \right) \quad (2.4)$$

Les différentes statistiques peuvent aussi être dérivées de cette écriture. On réduit l'ordre à  $O(L)$  par usager.

Le LLR (pour *log-likelihood ratio*) est une représentation de la probabilité qu'un signal ait un symbole (par exemple, qu'un signal soit un « 1 »). Les LLRs de chaque chemin sont calculés en considérant que le bruit est indépendant d'un échantillon à l'autre. Par la suite, une somme des LLRs est effectuée pour obtenir le LLR de chaque bribe de chaque usager. Cette approximation est particulièrement plausible pour l'IDMA à cause des entrelaceurs

indépendants. Évidemment, il y a des corrélations entre les échantillons qui sont négligées. Cependant, ces corrélations diminuent alors que le nombre d'utilisateurs augmentent. Aussi, l'interférence des bribes combinées sont quant à elles non corrélées. L'étalement augmente avec le nombre d'utilisateur. L'effet de ces corrélations est donc encore une fois diminué.

Le LLR d'un chemin  $l$  d'un utilisateur  $k$  est calculé en supposant la somme des interférences comme étant blanche, de variance  $\sigma_{l,l,k}^2$  :

$$\sigma_{l,l,k}^2 = \text{Var} \left( \sum_{k'} \sum_{l'} h_{k'}^{l'} x_{k'}(n-l') - h_k^l x_k(n-l) \right) \quad (2.5)$$

Les signaux  $x_{k'}(n-l')$  sont considérés indépendants. On obtient donc la variance suivante :

$$\sigma_{l,l,k}^2 = \sum_{k'} \sum_{l'} \left| h_{k'}^{l'} \right|^2 - \left| h_k^l \right|^2 \quad (2.6)$$

À cette variance d'interférence, on ajoute la variance du bruit additif  $\sigma_n^2$  :

$$\text{Var}(\zeta_{l,k}^2) = \sum_{k'} \sum_{l'} \left| h_{k'}^{l'} \right|^2 - \left| h_k^l \right|^2 + \sigma_n^2 \quad (2.7)$$

Après annulation d'interférence, la variance se calcule sur la partie non expliquée du signal :

$$\text{Var}(\zeta_{l,k}^2) = \text{Var} \left( \sum_{k'} \sum_{l'} h_{k'}^{l'} \left( x_{k'}(n-l') - \hat{x}_{k'}(n-l') \right) - h_k^l \left( x_k(n-l) - \hat{x}_k(n-l) \right) \right) \quad (2.8)$$

On a donc :

$$\text{Var}(\zeta_{l,k}^2) = \sum_{k'} \sum_{l'} \left| h_{k'}^{l'} \right|^2 \sigma_{x,l,k}^2 - \left| h_k^l \right|^2 \sigma_{x,l,k}^2 \quad (2.9)$$

Le LLR se calcul à partir de cette variance :

$$\Lambda(r) = \frac{2h(r - E(\zeta_{l,k}))}{\text{var}(\zeta_{l,k}^2)} \quad (2.10)$$

Le détail du calcul du LLR est donné en annexe D. Notons que l'utilisation du LLR comme valeur douce est équivalente à la probabilité, mais est plus simple à calculer. En effet, le calcul de la probabilité s'effectue comme suit :

$$P(x_{k,l}(n) = 1|r) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{2rh}{\sigma^2}}} \quad (2.11)$$

Le calcul d'une division et d'une exponentielle sont alors nécessaires.

Une fois le calcul des LLRs pour chaque chemin, on peut calculer le LLR pour une bribe :

$$LLR(x_k(n)) = \sum_l \Lambda(r(n+l) - \zeta_{l,k}^2) \quad (2.12)$$

Notons que pour le calcul à partir des probabilités, le calcul nécessite non seulement des multiplications au lieu d'additions, mais aussi un dédoublement de calcul et une division.

$$P(x_k(n) = 1|r) = \frac{P(r|x_k(n)=1)}{P(r|x_k(n)=1) + P(r|x_k(n)=-1)} \quad (2.13)$$

Aussi, le calcul ne se fait pas directement à partir de  $P(x_{k,l}(n) = 1|r)$ .

#### 2.2.4 MRC

Une autre approche permet de prendre en compte la corrélation entre les réponses impulsionnelles des différents usagers. Elle utilise le MRC pour chaque usager dans le but d'estimer les bribes en utilisant les signaux de tous les chemins. Par la suite, l'annulation

d'interférence est appliquée en tenant compte que des réponses impulsionnelles non corrélées produisent moins d'interférence que lorsque la corrélation est parfaite.

Les MRCs combinent les différents chemins pour chaque bribe de chaque usager :

$$\hat{x}_k(n) = \sum_l f(k, l) r_{k,l}^n(n + l) \quad (2.14)$$

Ces estimateurs sont corrélés par :

$$\rho_{k,k'} = \sum_l f(k, l) f(k', l) \quad (2.15)$$

L'annulation d'interférence qui s'effectue sur les bribes et non sur les chemins s'écrit alors comme suit :

$$\hat{x}'_k(n) = g_k x_k(n) + \sum_{k'} \sum_{l'} g_{k'} \rho_{k,k'} (x_{k'}(n - l') - \hat{x}_k(n - l')) + w(n), \quad (k', l') \neq (k, l) \quad (2.16)$$

où  $g_k$  est un gain équivalent après le MRC, fonction du SNR et  $w(n)$  est une somme pondérée des bruits  $n(n')$ . Malheureusement, contrairement au *soft rake*, il est impossible ici de réécrire la double sommation pour réutiliser les calculs puisque les facteurs  $\rho_{k,k'}$  sont différents pour chaque usager. La complexité est donc de  $O(KL)$  par usager par bribe.

Les seules corrélations qui sont tenues en compte sont d'un usager par rapport à ses propres autres bribes et aux autres usagers. Cependant, les signaux des autres usagers et des autres bribes sont corrélés entre eux. La technique du MRC ne tient pas compte de ces corrélations.

Notons que ce n'est pas un MRC avec décorrélateur qui aurait une complexité de  $O(K^2)$ .

### 2.2.5 Approche gaussienne jumelée (JG)

L'approche gaussienne jumelée permet de tenir compte de toutes les corrélations entre tous les chemins de tous les usagers. L'idée est simplement de calculer la probabilité d'avoir le signal complet selon une bribe :

$$LLR_{JG}(x_k(n)) = \ln \left( \frac{P(r|x_k(n)=1)}{P(r|x_k(n)=0)} \right) \quad (2.17)$$

La distribution de  $r$  est supposée gaussienne multivariée avec une matrice de corrélation. Avec le signal reçu

$$\mathbf{r} = \sum_k H_k \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.18)$$

On a :

$$R = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H] = E[(\sum_k H_k \mathbf{x} + \mathbf{n})(\sum_k H_k \mathbf{x} + \mathbf{n})^H] \quad (2.19)$$

Avec  $H_k$  la matrice liée à la réponse impulsionnelle de l'utilisateur  $k$  :

$$H_k = \begin{bmatrix} h_k(0) & & & & & 0 \\ h_k(1) & h_k(0) & & & & \\ h_k(2) & h_k(1) & h_k(0) & & & \\ \vdots & h_k(2) & h_k(1) & \ddots & & \\ h_k(L-1) & \vdots & h_k(2) & \ddots & \ddots & \\ & h_k(L-1) & \vdots & \ddots & \ddots & h_k(0) \\ & & h_k(L-1) & \ddots & \ddots & h_k(1) \\ & & & \ddots & \ddots & h_k(2) \\ & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & & & h_k(L-1) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Les bribes sont indépendants d'un usager à l'autre ce qui permet :

$$R_k = \sum_{k' \neq k} E[(H_{k'} \mathbf{x}_{k'})(H_{k'} \mathbf{x}_{k'})^H] + \sigma_n^2 I \quad (2.21)$$

De plus, à cause des entrelaceurs indépendants, on peut négliger l'autocorrélation sur  $x$  (par exemple, s'il y a un étalement).

$$R_k = \sum_{k' \neq k} H_{k'} H_{k'}^H + \sigma_n^2 I \quad (2.22)$$

Dans le cas de l'annulation d'interférence, la matrice de covariance est calculée sur la partie non annulée du signal :

$$R_k = \sum_{k' \neq k} E \left[ (H_{k'}(\mathbf{x}_{k'} - \hat{\mathbf{x}}_{k'})) (H_{k'}(\mathbf{x}_{k'} - \hat{\mathbf{x}}_{k'}))^H \right] + \sigma_n^2 I \quad (2.23)$$

Ce qui donne :

$$R_k = \sum_{k' \neq k} H_{k'} \Gamma_{x,k} H_{k'}^H + \sigma_n^2 I \quad (2.24)$$

où  $\Gamma_x$  est une matrice diagonale contenant la variance de l'estimé  $\hat{\mathbf{x}}_{k'}$ . Chaque élément de la diagonale de la matrice peut être différent.

On peut encore une fois calculer la matrice de corrélation pour le signal complet et retirer le terme associé à l'utilisateur considéré. À partir de cette matrice de corrélation et du signal, il est possible de développer les LLRs d'une brique :

$$LLR_{JG}(x_k(n)) = \ln \left( \frac{P(r|\mathbf{h}_k * d(n))}{P(r|-\mathbf{h}_k * d(n))} \right) \quad (2.25)$$

$$LLR_{JG}(x_k(n)) = 2 \frac{\mathbf{h}_k(j)^T R(r - E(r)) + E(x_k(j)) \mathbf{h}_k(j)^T R^{-1} \mathbf{h}_k(j)}{1 + \text{Var}(x_k(j)) \mathbf{h}_k(j)^T R^{-1} \mathbf{h}_k(j)} \quad (2.26)$$

Plusieurs simplifications de calculs sont possibles pour réduire le nombre de calculs. Cependant, l'aspect majeur est la taille de la matrice de corrélation qui est de la taille du nombre de briques dans un bloc de données. Évidemment, cette matrice est de type bande lorsque l'impulsion a une durée finie. Aussi, il est possible de n'observer qu'une partie du



signal et ainsi ne conserver que la partie de la matrice de corrélation associée. La partie pertinente à conserver est généralement de l'ordre du délai de l'impulsion. En conséquence, les matrices de covariance utilisées sont aussi de l'ordre du délai de l'impulsion et la complexité de l'algorithme est approximativement de  $O(L^2)$  par usager par bribe. Rappelons que les inverses des matrices de covariance doivent être calculés pour chaque bribe de chaque usager à chaque itération d'annulation d'interférence.

#### 2.2.6 *Autres méthodes*

[Cheun97] montre d'autres méthodes en CDMA qui traitent les canaux à chemin multiple. Ces méthodes ne sont pas développées pour obtenir des valeurs douces qui sont nécessaires à l'annulation d'interférence. Cependant, elles pourraient être adaptées aisément. Nommons, la méthode la plus simple proposée.

#### 2.2.7 *Comparaison entre les méthodes de détection bribes-par-bribes.*

La comparaison des trois approches est faite dans [Lihai03]. La méthode gaussienne jumelée est clairement la plus performante, suivie de la méthode MRC et finalement le *soft RAKE*. La différence est marquée lorsque le système est près de sa capacité limite. Au niveau de la complexité, le *soft RAKE* est évidemment le plus simple, tandis que les méthodes gaussienne jumelée et MRC sont plus ou moins complexes selon le nombre d'utilisateur et le nombre de chemins.

Un bémol à l'analyse de cet article est que le nombre d'itération est fixé. Cela ne montre donc pas jusqu'à quel niveau de BER une méthode peut converger. Il est possible que deux méthodes donnent d'aussi bonnes performances après plus d'itération.

Une autre donnée manquante est la sensibilité de ces méthodes aux erreurs d'estimation de canal qui risquent d'être critiques dans le cas de la méthode gaussienne jumelée.

Dans la littérature, la plupart des articles considèrent le *soft RAKE*. Ce qui est bien de cette méthode est que si un algorithme qui l'utilise fonctionne, il devrait en principe fonctionner mieux avec les méthodes plus complexes. C'est pourquoi le *soft RAKE* est considéré pour ce mémoire. Dans l'annexe E, les sujets du calcul des différentes statistiques des bribes, du traitement des signaux complexes et de la généralisation pour les canaux variant dans le temps et OFDM sont détaillés.

### 2.3 Détection avec une erreur sur les gains

Lorsque les CSI ne sont pas connus avec exactitude, il peut s'avérer utile d'en tenir compte dans la détection. On montre ici une approche qui consiste à considérer l'incertitude sur le canal comme étant un bruit blanc addition dans le calcul du LLR. On a considéré trois situations :

- Le calcul du LLR d'une seule bribe
- Le calcul du LLR d'un bit étalé avec bruit à variance constante
- Le calcul du LLR d'un bit étalé avec bruit à variance variant d'une bribe à l'autre

Le cas du LLR d'une seule bribe suppose que l'erreur sur le canal varie d'une bribe à l'autre. Les deux autres situations supposent que cette erreur est constante (donc avec une corrélation de 1).

Dans cette section, on présente les trois approches. Avec l’IDMA seul l’approche du calcul du LLR sur une seule bribe a été utilisée. Elle a l’avantage de traiter la plus grande partie de la variance de l’effet des canaux d’un système multiusager et des canaux à plusieurs chemins avec un minimum de complexité. Cette utilisation a déjà été publiée [Caza-Szoka12b]. Cette publication inclut entre autre une bibliographie des approches existantes pour traiter l’erreur d’estimation. Les deux autres situations ont été développées ici mais n’ont pas été liées avec l’IDMA, faute de temps. Elles illustrent cependant que la méthode employée dans l’article [Caza-Szoka12b] est en fait une approximation.

### 2.3.1 Distribution sur le canal

On considère premièrement la distribution sur le canal. La distribution utilisée ici considère un canal à un seul chemin avec un estimé du gain non biaisé  $\hat{h}$  ainsi que la connaissance de la variance de cet estimateur  $\sigma_h^2$ . On suppose de plus que la distribution est normale telle que :

$$p(h) = \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \quad (2.27)$$

Dans le cas où plusieurs *taps* sont présents, chaque *tap* est considéré indépendants avec sa propre variance. Des considérations similaires peuvent être prises pour le cas du MIMO.

### 2.3.2 Calcul du LLR avec une distribution sur le gain

On cherche premièrement le LLR d’une bribe soumis à un bruit et dont le gain du canal est inconnu. L’approche bayésienne est appliquée dans l’annexe G pour ce problème. Le calcul du LLR passe par l’équation suivante :

$$p(r|x = \pm 1) = \int_h \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r \mp h}{\sigma}\right)^2\right) dh \quad (2.28)$$

Notons que l'hypothèse d'indépendance entre l'erreur sur le gain et le signal est supposée. C'est une approximation qui est exacte dans le cas où un préambule ou un retour de décision est utilisé pour obtenir l'estimé du gain. Cependant, dans le cas où le signal de la bribe est utilisé pour l'estimation, comme lors de l'utilisation de pilotes superposés, il y a une corrélation entre l'erreur sur le gain et le signal. Cependant, dans le cadre d'un système à large bande, la corrélation est généralement faible.

Cette équation complexe peut se simplifier. De plus, lorsqu'elle est utilisée pour le calcul du LLR, le résultat devient extrêmement simple :

$$eESE = \frac{2\hat{h}r}{(\sigma^2 + \sigma_h^2)} \quad (2.29)$$

Cette relation montre que l'effet de l'incertitude sur le canal peut être considéré comme un bruit additionnel lorsque seulement une bribe est considérée. C'est cette approche qui a été utilisée dans [Caza-Szoka12b]. Une démonstration alternative y est présentée.

Dans le contexte de l>IDMA, les erreurs sur le canal de tous les autres usagers forme un autre bruit blanc équivalent [Caza-Szoka12b]. Avec  $\sigma_{h,k}^2$  l'erreur sur le gain de l'utilisateur  $k$ , on peut en déduire que :

$$eESE(k) = \frac{2\hat{h} \sum_n r_n}{(\sigma^2 + \sum_{k'} \sigma_{h,k'}^2)} \quad (2.30)$$

Il est intéressant de constater que le bruit équivalent (dénominateur) est identique pour tous les usagers.

### 2.3.3 Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement

Lorsque l'étalement est considéré, l'erreur sur le gain est identique pour toutes les bribes. On a donc une distribution sur le vecteur  $\vec{r}$  représentant toutes les bribes d'un étalement telle que :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \int_h \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}\right)^N \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r_N \mp h}{\sigma}\right)^2\right) dh \quad (2.31)$$

Le calcul du LLR, présenté en annexe G, permet d'obtenir cette expression :

$$eESE = \frac{2\hat{h} \sum_n r_n}{(\sigma^2 + N\sigma_h^2)} \quad (2.32)$$

On aurait pu aussi développer la relation en effectuant un désétalement (*despreading*) linéaire par une moyenne :

$$r_{des} = hx + \frac{1}{N} \sum_n n(n) \quad (2.33)$$

Avec l'estimé du canal  $\hat{h}$  et le bruit équivalent de variance :

$$\text{Var}\left(\frac{1}{N} \sum_n n(n)\right) = \frac{1}{N} \sigma^2 \quad (2.34)$$

On revient au cas précédent où le LLR d'une seule bribe est considéré.

Dans le contexte de l'IDMA, la présence d'entrelaceurs permet la décorrélation des erreurs sur les CSI et les étalements entre les usagers. On a donc :

$$eESE(k) = \frac{2\hat{h} \sum_n r_n}{(\sigma^2 + \sum_{k' \neq k} \sigma_{h,k'}^2 + N \sigma_{h,k}^2)} \quad (2.35)$$

On peut voir que le bruit équivalent (dénominateur) est différents pour tous les usagers, sauf si la variance de l'estimateur et la longueur de l'étalement sont égales pour tous les usagers.

Par rapport au cas où les LLRs des bribes sont calculés de manière indépendante, on voit que les LLRs sont réduits :

$$\frac{2\hat{h} \sum_n r_n}{(\sigma^2 + \sum_{k' \neq k} \sigma_{h,k'}^2 + N \sigma_{h,k}^2)} \leq \frac{2\hat{h} \sum_n r_n}{(\sigma^2 + \sum_{k'} \sigma_{h,k'}^2)} \quad (2.36)$$

Il serait tentant de dire que lorsque le nombre d'utilisateur est très grand, les versions sont équivalentes. Cependant, lorsque le nombre d'utilisateur est grand, généralement la longueur de l'étalement  $N$  est aussi grande.

### 2.3.4 Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement avec un SNR variable

Pour être adapté à l'IDMA, il est important que le désétalement puisse traiter un rapport signal sur bruit et interférence (SNIR pour *signal to noise plus interference ratio*) variable à cause de l'annulation d'interférence. La méthode précédente peut donc être généralisée pour un SNR variable. Avec  $\sigma_1^2 \dots \sigma_N^2$  les variances du bruit des  $N$  bribes, on pose :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \int_h \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h - \hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_N (2\pi)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma_1}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_N \mp h}{\sigma_N}\right)^2\right) dh \quad (2.37)$$

Dans l'annexe G, le développement du LLR permet d'obtenir la relation suivante :

$$eESE = 2 \frac{\frac{\hat{h}}{\sigma_h^2} \sum_n \frac{r_n}{\sigma_n^2}}{\frac{1}{\sigma_h^2} + \sum_n \frac{1}{\sigma_n^2}} \quad (2.38)$$

On aurait pu aussi développer la relation en effectuant un désétalement linéaire par une moyenne pondérée avec un raisonnement similaire à celui de la section précédente.

Comme dans le contexte de l'IDMA, la présence d'entrelaceurs dans l'IDMA permet la décorrélation des erreurs sur les CSI et les étalements entre les usagers. On a donc avec plusieurs usagers :

$$eESE = 2 \frac{\frac{\hat{h}}{\sigma_h^2} \sum_n \frac{r_n}{\sigma_n'^2}}{\frac{1}{\sigma_h^2} + \sum_n \frac{1}{\sigma_n'^2}}, \quad \sigma_n'^2 = \sigma_n^2 + \sum_{k' \neq k} \sigma_{h,k'}^2 \quad (2.39)$$

Encore une fois, on peut voir que le bruit équivalent (dénominateur) est différents pour tous les usagers, sauf si la variance de l'estimateur et la longueur de l'étalement et le niveau de bruit sont égales pour tous les usagers.

### 2.3.5 Autres aspects

Les relations montrées peuvent facilement être retravaillées pour inclure les canaux à plusieurs *taps*, comme montré dans [Caza-Szoka12b]. L'indépendance des erreurs d'estimation des différents *taps* y est supposée.

Il est parfois possible que de considéré l'erreur sur les canaux comme indépendant d'une bribe à l'autre soit une approximation réaliste. Par exemple :

- Pour le cas de l'OFDM lorsque les réponses impulsionnelles sont longues
- Pour des canaux variant fortement dans le temps.

Plusieurs aspects n'ont pas été traités par rapport aux erreurs sur les canaux qui seraient pertinents dans un contexte IDMA :

- Pour plus de généralité, il faudrait développer des équations qui permettent une covariance entre les différentes erreurs sur les CSI pour traiter les aspects variant dans le temps.
- Un autre développement important serait de pouvoir calculer les LLRs d'un code convolutionnel (ou autre) en tenant compte de la variance du canal.
- Aussi, pour les systèmes MIMO, un agencement d'erreurs indépendantes et identiques serait à développer.

Notons qu'une approche directe pour le calcul du LLR dans un code convolutionnel serait de calculer les LLRs des signaux en variant le SNR et en intégrant avec une pondération liée à la probabilité et possiblement au SNR, l'impact de la sous-estimation et de la surestimation sont symétriques seulement dans un domaine logarithmique). Notons cependant que bien que déjà très lourde comme méthode, la présence de canaux à plusieurs chemins ou variant dans le temps augmente la complexité. Pour simplifier, une méthode de type Monte Carlo permettrait d'obtenir un LLR moyen. Une autre possibilité serait de chercher soit un facteur d'atténuation ou un bruit équivalent pour le calcul des LLRs comme approximation à faible complexité.



## **Chapitre 3 - Entrelaceurs et techniques de codages correcteurs d'erreurs**

Cette section traite des entrelaceurs et des techniques de codages nécessaires au développement d'un système IDMA. Les entrelaceurs ont des effets autant sur la détection multiusager que sur les techniques de codage. Les techniques de codages permettent de réduire considérablement la puissance nécessaire pour atteindre certain niveaux de performances.

Dans ce chapitre, on commence par décrire les entrelaceurs ainsi que leurs méthodes de génération. Ensuite, on discute les différentes techniques de de codages correcteurs d'erreurs. Le contexte de l'annulation de l'interférence et la présence d'entrelaceurs est abordé. Ensuite, différentes techniques de décodages sont montrées. Puis, des méthodes d'analyse des performances sont discutées. Particulièrement, la technique d'évolution du SNR est détaillée. Après, l'effet de l'erreur d'estimation du SNR sur les codes convolutionnels est analysé. Finalement, le calcul des probabilités extrinsèque dans le contexte de l'annulation d'interférence est expliqué.

L'originalité dans ce chapitre se retrouve dans les points suivants

- Il est suggéré que des codes convolutionnels à longueur de contrainte courtes sont préférables lorsque le nombre d'utilisateur est élevé
- L'analyse de l'impact d'une erreur d'estimation du SNR sur un décodeur convolutionnel à décision douce n'est pas trouvée dans la littérature

- L'explication de l'impact de l'utilisation des valeurs probabilités extrinsèques dans le contexte d'annulation d'interférence parallèle est nouvelle. Dans la littérature, il est montré qu'il est préférable de retirer l'information *a priori*, mais sans explication. Il est d'ailleurs montré que la propagation du bruit au travers l'annulation d'interférence peut être complètement bloquée par l'utilisation des probabilités extrinsèques pour les systèmes IDMA, contrairement aux systèmes sans entrelaceurs indépendants.

### 3.1 Entrelaceurs

Cette section discute de différents aspects importants à considérés dans le choix d'entrelaceurs au niveau des performances et de leur implémentations. Toutefois, pour ce mémoire, des simples entrelaceurs générés aléatoirement sont considérés.

#### 3.1.1 Objectif de l'entrelaceur

Les codes correcteurs d'erreurs peuvent apporter de formidables améliorations par rapport au BER. Cependant, les meilleurs codes auront beaucoup de difficulté à corriger des erreurs consécutives. Notons que par erreurs consécutive, on parle d'une suite de bits où le taux d'erreur est élevé. L'entrelaceur est une solution aux erreurs consécutives. Il a pour but de redistribuer les erreurs. L'entrelaceur consiste à mélanger les bits avant l'envoi des données. À la réception, les bits sont réordonnés.

Les erreurs consécutives peuvent être causés par des phénomènes extérieurs tels que des interférences momentanées importantes (e.g. un éclair) ou une perte de signal temporaire. Dans le cas des décodeurs de type Turbo, les erreurs consécutives sont un phénomène intrinsèque à la méthode. En effet, un décodeur a souvent pour effet de réduire

le nombre moyen d'erreur, mais parfois il crée une suite d'erreurs consécutives. Les codes créent des corrélations entre les bits, ce qui fait que des corrélations entre les erreurs peuvent survenir.

On peut voir de deux façons le rôle d'un entrelaceur. D'un côté, l'entrelaceur peut servir à distancer les erreurs. Deux erreurs consécutives pourront se retrouver à une certaine distance l'une de l'autre. Plus la distance est grande, plus le code correcteur sera en mesure de corriger ces deux erreurs. D'un autre côté, l'entrelaceur peut servir à rendre la distribution d'erreur d'apparence aléatoire. Deux erreurs consécutives pourrait ne pas se retrouver éloignées quoiqu'avec une faible probabilité. Cependant, la distribution de l'erreur aura des statistiques bien définies. Notons que dans le cadre du décodage « soft », la notion d'erreur à répartir peut être remplacée par données mal connues.

Évidemment, on peut penser que l'entrelaceur pourrait avoir pour effet de prendre des erreurs séparées et de les rendre consécutives. C'est possible. Cependant, des phénomènes qui créent des erreurs qui une fois mélangées deviennent consécutives de manière plus probable que le simple hasard sont rares. On peut penser à des phénomènes périodiques avec des entrelaceurs qui ont une période (comme pour les entrelaceurs de type blocs.) Ce sont par contre des cas très particuliers. Aussi, même si le distancement des erreurs ne peut être garanti, une distribution d'apparence aléatoire de la probabilité d'erreur peut être généralement obtenue.

### *3.1.2 Caractéristiques des entrelaceurs*

Un aspect important des entrelaceurs est le délai induit. En effet, lors de l'entrelacement, des bits sont envoyés plus tôt et d'autres plus tard. Il faut donc attendre la

réception des bits retardés pour pouvoir commencer le décodage. Plus la distance créée par l'entrelaceur est grande, plus le retard créé sera long. Une autre approche consiste à appliquer l'entrelacement sur un bloc complet de données de telle sorte que chaque bit peut se retrouver à n'importe quel position dans le bloc. Dans ce cas, il faut attendre la réception de tout le bloc avant de procéder au décodage.

Pour l'IDMA, il est de plus important de pouvoir créer un groupe d'entrelaceurs qui distribuent les erreurs de manière différentes, voir même indépendante. En effet, si un bit d'un utilisateur est erroné à un instant donné, il y a une bonne probabilité que la cause de cet erreur ait un impact similaire pour les bits des autres usagers au même instant. Cette cause peut être par exemple le bruit blanc qui prend une grande valeur à cet instant, ou encore l'annulation d'interférence d'un bit mal décodé. Si les entrelaceurs ne permettent pas de séparer les erreurs des différents usagers du même instant, il sera difficile de réduire ces erreurs de manière itérative.

### *3.1.3 Méthodes de génération d'entrelaceurs*

Plusieurs méthodes existent pour créer un entrelacement. Une méthode très simple à implémenter est d'assembler les données sous forme de bloc et d'inverser les colonnes et les rangées. Cela garanti de pouvoir séparer les erreurs consécutives. Cependant, les erreurs ne sont pas distribuées de manière aléatoire. Aussi, il devient difficile d'obtenir un ensemble d'entrelaceurs indépendants.

Une autre méthode commune est l'entrelaceur convolutionnel [Vafi05]. Celui-ci est aussi facilement implémentable et s'apparente aux codes convolutionnels mais n'a pas d'additionneur et a des mémoires de taille différentes pour chaque sortie. En réalité,

n'importe quel entrelaceur pourrait être implémenté par une opération de convolution. Cependant, ce sont généralement des entrelaceurs à faible dispersion qui utilisent la convolution puisque la taille des mémoires est proportionnel au carré du nombre de données traités simultanément.

Les polynômes de permutation sont aussi utilisés pour la réalisation d'entrelaceurs. Ils sont très intéressants côté implémentation [Sun05]. Les polynômes de permutation font partie du domaine de l'algèbre modulaire (algèbre utilisant l'opérateur modulo). Les polynômes de permutations permettent de concevoir des entrelaceurs pour des blocs complets. Les erreurs sont généralement redistribuées de manière ayant l'air aléatoire. Aussi, il est possible d'utiliser plusieurs polynômes différents qui mélangent de manières différentes les données. Seuls certains polynômes ont pour caractéristiques de pouvoir générer des permutations. Beaucoup de ces polynômes sont connus, mais il n'y a pas de manière générale pour trouver tous les polynômes de permutation. C'est présentement un problème ouvert. Certains polynômes de permutation, faisant partie des polynômes de Dickson comme ceux présentés dans [Laigle-Chapuy2009]:

Notons qu'avec un polynôme de permutation, il est nécessaire de trouver la fonction inverse, ce qui n'est pas toujours une tâche aisée. [Ryu06] donne une méthode d'inversion pour les polynômes quadratiques.

Une autre possibilité pour générer des permutations est par la génération de vecteurs de valeurs aléatoires et le tri. Les permutations appliquées lors du tri sont conservées. Cela génère des permutations complètement aléatoires. La fonction RANDPERM de Matlab effectue ces opérations. Évidemment, l'implémentation de cette méthode peut nécessiter beaucoup de mémoire. Aussi, la distance minimale créée n'est pas garantie. Cependant,

l'entrelaceur redistribue aléatoirement les erreurs. De plus, il est possible de créer facilement un grand nombre d'entrelaceurs indépendants.

### *3.1.4 Méthodes de génération d'entrelaceurs appliquées à l'IDMA*

Avec l'IDMA, plusieurs auteurs appliquent différentes méthodes pour générer des ensembles d'entrelaceurs.

[Pupeza06] considère l'emploi de séquences pseudo aléatoires basées sur les registres à décalages. Des résultats comparables ou même plus performants qu'avec les entrelaceurs aléatoires sont montrés pour l'IDMA non codé. La méthode a été testée jusqu'à 120 utilisateurs.

L'utilisation d'algorithmes génétiques pour générer des entrelaceurs indépendants est montrée dans [Xinyi07]. Les performances montrées sont encore une fois pour l'IDMA non codé et sont légèrement meilleures qu'avec des entrelaceurs aléatoires, mais l'article mentionne que la méthode pourrait tendre vers un ensemble optimal.

[Wu09] a proposé une méthode pour générer plusieurs entrelaceurs à partir d'un seul, appelé entrelaceur maître. L'entrelaceur est appliqué à répétition. À chaque répétition, un nouvel entrelaceur est créé. La méthode est appelée méthode entrelaceur par puissance (power interleaver) [Wu09] ou génération d'entrelaceur aléatoire par maître (Master Random Interleaver Generation Method) [Shukla09]. Cela permet avec un minimum de mémoire de générer des entrelaceurs aléatoires et indépendants tout en réduisant l'importance de la communication nécessaire pour le contrôle. Les résultats montrent des performances équivalentes avec les entrelaceurs aléatoires. Cependant, le calcul des entrelaceurs peut être long, surtout lorsque le nombre d'utilisateur s'accroît. [Shukla09] et [Altamimi10] étendent

cette méthode mais utilise plusieurs entrelaceurs et les combinent de différentes manières. C'est une méthode dite « en arbre ». Bien que la mémoire nécessaire soit légèrement plus grande, le temps de calcul est censé être réduit.

[Gupta12] montre qu'avec des entrelaceurs générés à partir de polynômes d'ordre 1 sur des espaces premiers (*prime fields*.) Les résultats sont quasi-identiques qu'avec les entrelaceurs aléatoires et sont d'une très grande simplicité. [Zhifeng09] présente une méthode similaire, mais montre de meilleurs résultats.

[Zhang07] et [Kusume08] montrent que le simple fait de décaler l'entrelaceur permet de créer un entrelaceur avec de bonnes propriétés. Cependant, il faut faire attention aux effets de délais et de *multipath* qui pourrait annuler l'effet du décalage.

De son côté, [Zhiisong07] utilise les graphiques factoriels (*factor graphs*) pour trouver un ensemble d'entrelaceurs ayant de meilleures performances que les entrelaceurs aléatoires. Le gain est de quelques dixièmes de dB.

Notons que les performances des différentes méthodes de génération d'entrelaceurs ont été étudiées dans des conditions particulières, toujours pour des canaux de type AWGN. Toutes les analyses d'orthogonalité et les sélections de meilleurs entrelaceurs sont à refaire dans le cas où l'on considère le *multipath*, les délais, la modulation OFDM et même le MIMO. Un bon ensemble d'entrelaceurs pour un type de canal est possiblement mauvais pour un autre. Nombreuses autres méthodes existent pour générer des entrelaceurs ayant différentes caractéristiques et le sujet est encore ouvert.

### 3.1.5 Méthode de génération utilisée

Puisque le sujet des entrelaceurs est très étendu, encore en recherche et matière à discussion, pour le présent mémoire, les entrelaceurs générés aléatoirement (RANDPERM de Matlab) seront les seuls utilisés. C'est une pratique très courante et tous les articles traitant l'IDMA et qui ont un sujet principal autre que l'entrelaceur même utilisent les entrelaceurs aléatoires. Cela répond au présupposé de base de l'IDMA, soit que les entrelaceurs sont différents entre les usagers. De plus, les entrelaceurs sont totalement indépendants, ce qui justifie l'utilisation de la détection de type « bribe-par-bribe ». Les entrelaceurs aléatoires ne sont généralement pas les meilleurs. L'idée de leur utilisation pour fins d'analyse est que si un algorithme fonctionne bien avec un entrelaceur aléatoire, il devrait avoir de meilleures performances avec un entrelaceur mieux choisi. Aussi, on peut être rassuré que plusieurs méthodes simples existent quant à l'implémentation avec différentes performances.

## 3.2 Techniques de codages FEC

Deux approches majeures sont considérées avec les systèmes IDMA en ce qui a trait au codage correcteur d'erreur (FEC pour *forward error correction*) [Li07][Samir09]. D'un côté, l'IDMA existe sous forme dite sans codage. En fait, le code utilisé est simplement un étalement. Il est utilisé dans beaucoup d'articles, notamment pour sa simplicité. Il ne nécessite qu'un décodage très simple, le désétalement. Il peut y avoir d'autres techniques de codage incluses dans le système, cependant, ces codes ne sont pas pris en compte lors de la détection de type turbo. La séparation des différents usagers n'en tient donc pas compte. L'autre approche est d'utiliser des codes plus puissants dans le processus. On parle d'IDMA codé.



Dans le cadre du présent travail, on désire développer des méthodes d'estimation qui peuvent s'adapter à plusieurs versions de l'IDMA. Aussi, il est généralement plus simple à traiter le cas de simple étalement. On utilisera donc un code correcteur d'erreur.

### *3.2.1 Choix du FEC*

Le FEC est un aspect important du système IDMA. Cette section discute les aspects importants pour le choix d'un code pour l'IDMA.

Le contexte présent a deux caractéristiques principales qui influencent le choix du code :

- L'utilisation d'annulation d'interférence
- L'utilisation d'entrelaceurs indépendants.

### *3.2.2 Aspect particulier de l'annulation d'interférence*

Dans tout système de communication, le choix du code est un compromis. C'est particulièrement le cas dans le cas de l'IDMA. D'un côté, les performances du système en dépendent, tant au point de vue de qualité de service que de nombre d'utilisateur. D'un autre, la complexité du décodage est cruciale car il s'effectue à plusieurs reprises pour tous les utilisateurs à chaque itération de l'annulation d'interférence parallèle.

L'annulation d'interférence parallèle pour l'IDMA nécessite l'utilisation de décodeur à entrée et sortie douce (SISO pour « Soft-in Soft-out »). Ces décodeurs sont beaucoup plus complexes que leurs versions équivalentes à décision dure. Aussi, ces décodeurs sont utilisés dans des algorithmes itératifs et la complexité est possiblement prohibitive.

Le critère généralement utilisé dans le design de code est le maximum de distance entre les codes. L'idée est que pour un bloc de données il y ait au minimum un certain nombre de bits de différence entre les codes. Si par exemple au moins 5 bits différencient 2 mots de code, on peut être sûr de pouvoir corriger 2 bits ou de détecter 3 erreurs. Ce n'est pas nécessairement ce qui est intéressant pour un turbo décodeur à annulation d'interférence. Un aspect important pour ce type d'application est de maximiser l'information extrinsèque extraite à une itération donnée, dans le but de pouvoir annuler une bonne partie de l'interférence. Cependant, la littérature sur le codage est abondante et suffisante pour le cadre de ce travail. Les codes utilisés sont des codes classiques qui, sans être optimal pour l'application, sont efficaces.

Lorsque des codes sont comparés, c'est pour un niveau de SNR approximativement fixe. Pour ce niveau, il y a un compromis qui doit être fait entre la puissance (autour du niveau de SNR) la complexité pour une qualité de service donnée. Pour chaque code, il n'y a qu'un SNR qui est tenu en compte. Cependant, pour faire l'analyse des performances des codes dans le cas de l'annulation d'interférence, le niveau du SNIR varie d'une itération à l'autre et ces niveaux sont différents pour les différents codes.

Dans l'évaluation des codes, généralement c'est le taux d'erreur sur le message original qui est observé. Dans le cas de l'annulation d'interférence, ce sont les performances sur le message codé qui importe. On peut espérer qu'un code qui permet de bonnes performances sur le message original donnera de bons résultats pour le message codé, mais ce n'est pas nécessairement le cas.

Généralement, un décodage qui produit 15% d'erreur est inacceptable et les codes ne sont jamais comparés dans ces régimes. Aussi, quand les codes sont comparés avec les

limites théoriques, les taux d'erreurs considérés sont extrêmement bas. Ce n'est pas le cas dans le contexte d'annulation d'interférence où lors des premières itérations, les taux d'erreurs sont très élevés à cause du SNIR qui est bas.

Étant donné que le SNIR est bas lors des premières itérations, il est nécessaire d'utiliser un taux de codage très faible [Viterbi90][Haccoun97]. Ces codes sont souvent complexes et non adaptés pour l'annulation d'interférence. Cependant, [Tbirupathi02] donne une approche qui pourrait s'adapter à cette situation.

Une autre difficulté est que les performances sont généralement données selon un SNR fixe. Lors du processus d'annulation d'interférence, les niveaux de SNIR varient d'un bit à l'autre. On peut toujours supposer une valeur moyenne au SNIR, mais déterminer comment réagira le code à la variation est somme toute imprévisible. Aussi, dans le cas où une modulation OFDM est utilisée et que le canal est à plusieurs chemins, le SNR est aussi variant d'une donnée à l'autre, même dans le cas de la première itération. C'est aussi le cas pour les systèmes MIMO où les blocs de données sont répartis entre les différentes antennes.

On considère que les différents usagers utilisent le même code. Il serait possible d'établir des stratégies à plusieurs codes comme proposés dans [Lau09]. Dans ce cas, à puissance égale, les usagers ont des codes différents de telle sorte à pouvoir décoder plus aisément certains usagers lorsque l'interférence est grande. Par la suite, il devient possible de décoder les usagers avec des codes mieux adaptés pour de plus hauts SNIR. Notons que [Lau09] ne tient pas compte des canaux à plusieurs chemins. Évidemment, il serait possible de développer des ensembles de codes qui tiennent compte de la puissance des usagers à puissance inégale ou des canaux à plusieurs chemins. Cependant, le problème devient très complexe à traiter et devrait être recalculé pour chaque nouveau canal, ce qui du même coup

augmente l'importance du lien de retour nécessaire pour la gestion des codes et de la puissance. Ce genre de design est appliqué au code turbo [Hall98] mais est limité à des cas particuliers comme [Lau09] en ce qui a trait à l'annulation d'interférence parallèle.

L'IDMA utilise l'annulation d'interférence parallèle. Cependant, d'autres stratégies comme l'interférence successive par groupe comme dans [Ping04] et [Lau09] ont été proposées. Dans ces cas, un aspect intéressant est que le SNR est unique pour chaque décodage. Puisque des usagers plus forts sont totalement annulés et que les usagers plus faibles ne sont pas encore traités, le SNR est prévisible. Cela demeure vrai même si plusieurs usagers sont traités simultanément.

### 3.2.3 *Effet des entrelaceurs indépendants sur les codes*

L'IDMA utilise des entrelaceurs indépendants, ce qui produit deux effets désirables en ce qui a trait au code. Premièrement, cela réduit les problèmes liés aux interférences inter symboles. Il demeure de telles interférences, mais entre des symboles très distants. L'« auto-interférence » peut donc être vue comme non corrélée par rapport au code. Les interférences inter symboles ont des effets très importants sur les FEC. Par exemple, [Klein03] analyse l'effet des ISI sur les codes convolutionnels. Deuxièmement, le fait que les entrelaceurs soient indépendants permet de considérer l'interférence comme étant blanche. L'interférence inter usager est généralement très corrélée à cause des codes utilisés et la détection peut être compliquée et réduit les performances [Alajaji96].

Un autre avantage des entrelaceurs est d'éliminer le lien entre le choix du code et la capacité de séparer les usagers. Puisque la séparation des usagers s'effectue seulement par

l'entrelaceur, le code ne sert pas d'élément de distinction. Plusieurs possibilités sont donc offertes comme :

- Utiliser le même code pour tous les usagers [Ping06]
- Utiliser des codes différents pour procéder à des annulations d'interférence par groupe [Lau09].

Aussi, il est parfois difficile de générer plusieurs codes ayant certaines caractéristiques pour différencier des usagers. Par exemple pour les codes convolutionnels, il n'existe qu'un seul code de type (2,1,2) ((1,2)Octal) et 5 de type (2,1,3) ((6,4)Octal, (6,5)Octal, (7,4)Octal, (7,5)Octal, 7,6)Octal), les autres étant dégénérés. De plus, les différents codes du même type ont souvent des performances différentes [Bussgang65]. Les entrelaceurs permettent donc d'utiliser les meilleurs codes, contrairement au CDMA.

### 3.2.4 Codes utilisés avec l'IDMA dans la littérature

Plusieurs codes ont été considérés dans la littérature avec l'IDMA. On en fait l'énumération ici. Certaines comparaisons ont été faites, mais elles sont souvent incomplètes et souvent faites par des auteurs d'un des codes lui-même.

[Luo06] compare l'utilisation de LDPC et de codes convolutionnels, tous deux concaténés en série avec un étalement. À bas SNR, les LDPC offrent de meilleures performances tandis qu'à haut SNR, ce sont les codes convolutionnels qui sont préférables. Or, aux niveaux de SNR où les LDPC sont plus performants, le taux d'erreur est élevé ( $>5e-3$ ). On doit aussi rajouter que les codes convolutionnels peuvent avoir plusieurs performances différentes pour un même taux de codage, contrairement au LDPC. Au niveau de la complexité, les codes LDPC utilisés sont de faible complexité à décoder

[Eroz06]. Pour les codes convolutionnels, ils dépendent de la longueur de retenue (*constraint length*.)

Dans [Li07], les codes de type Turbo-Hadamard [Ping03b] sont utilisés. Ces codes sont composés d'une parité, concaténée avec un codage convolutionnel récursif, concaténé avec un code d'Hadamard (un type particulier de code block). Ce type de code a été utilisé dans [Ping03] et [Ping06]. Une analyse approfondie des performances de ces codes a été donnée dans [Wu04] à l'aide des diagrammes EXIT (*Extrinsic information transfer chart*). La complexité est censée ne pas être trop grande pour ce type de bloc, mais le décodage est itératif. Cependant, [Ping03] montre comment joindre les itérations du décodage et de l'annulation d'interférence.

[Eroz10] compare les codes de type LDPC et turbo codes pour l'IDMA et montre que selon le nombre d'utilisateur, le meilleur code change. Les diagrammes EXIT sont aussi utilisés pour montrer les performances des différents types de codes. Les codes LDPC sont montrés plus performants que les turbo codes lorsque le système est à pleine capacité. Aussi, les LDPC y sont préférés pour leur plus grande flexibilité.

Les codes Zigzag [Ping01b] sont des codes de type LDPC avec une grande simplicité de décodage dû à leur structure. Ils ont été utilisés notamment dans [ur Rehman07] et [Wang08].

Notons que tous les codes peuvent être troués (*punctured*) dans le but d'adapter le taux de codage précisément. Les trous peuvent être distribués aléatoirement ou [Ping06] systématiquement [Hong08].

Outre ces codes qui ont été déjà utilisés avec l'IDMA, d'autres codes pourraient s'y appliquer aisément.

Quoique le principe du turbo décodeur ait été utilisé pour l'IDMA, seul les codes turbo-Hadamard ont été appliqués à l'IDMA comme code de type turbo. Une multitude d'autres codes de type turbo existent [Gracie07]. Aucune comparaison complète de ces codes n'a été faite. Aussi, si certains codes sont plus complexes, s'il réduit le nombre d'itérations nécessaires pour converger, la complexité globale du système pourrait être réduite.

Bien que les codes convolutionnels ont déjà été appliqués avec l'IDMA, les codes de type Busgang [Busgang65] n'ont pas été considérés. Pourtant, ce sont des codes simples, étant systématiques. Ils permettent de réduire la complexité au niveau émetteur, ce qui est très désirable. Aussi, il n'y a pas eu d'étude de faite sur la sélection du code convolutionnel. Ces codes ont des performances très différentes selon la longueur de retenue [Viterbi67]. Aussi, le meilleur code n'est pas le même selon le SNR. De plus, il y a probablement un lien entre les performances du code et le nombre d'itérations d'annulation d'interférence. Ces études n'ont pas été appliquées à l'IDMA. Notons que les codes convolutionnels cycliques offrent une uniformité de protection sur les bits [Carlach97], mais sont souvent décodés de manière itérative [Ma86].

L'IDMA a été développé pour le QPSK, mais pas pour le QAM (autre qu'à 4 symboles), l'approche multicanal y étant préférée [Ping07]. Les codes utilisés sont donc toujours binaires. Cependant, il est possible d'effectuer du décodage de type turbo avec des symboles non binaires [Berkmann97]. Évidemment, la complexité augmente, mais la faisabilité est tout de même intéressante. Une autre possibilité est d'utiliser les codes de type Reed-Solomon (RSC) qui peuvent offrir des sorties douces [Kotter00][Gross06] avec

une simplicité raisonnable. Un problème avec l'utilisation des RSC est que ceux-ci n'ont pas été développés pour les très bas taux de codage. Ceux-ci pourraient être redéveloppés pour de plus bas taux. Finalement, l'utilisation de modulation QAM permettrait d'utiliser les codes en treillis qui cherchent à maximiser la distance euclidienne entre les codes [Ungerboeck87].

### 3.2.5 Codes FEC utilisés avec l'IDMA dans la littérature avec l'OFDM et le MIMO

Lorsqu'il est question de modulation OFDM, les mêmes codes peuvent être appliqués [Ping07]. Cependant, il y aura des différences de niveau de SNR d'une bribe à l'autre. [Zhang08] montre que les performances des codes doivent être évaluées en considérant cet aspect, notamment lorsqu'il est question de répartition entre le codage de type FEC et le codage et l'étalement. Le même principe s'applique pour le MIMO. De plus, ces systèmes permettent l'utilisation de codes STBC comme discuté plus tôt.

### 3.2.6 Type de code sélectionné

Le code le plus populaire pour les systèmes IDMA est le code convolutionnel, concaténé à un étalement. C'est celui-ci qui est utilisé pour tous les systèmes développés pour ce mémoire. Pour fin de simplification, on se limitera aux codes de type  $(2,1,k)$ . Dans la littérature, le code  $(2,1,5)$  est le plus utilisé. Cependant, on préférera le code de type  $(2,1,3)$ , qui est beaucoup moins complexe et plus performant lorsque le nombre d'utilisateur est grand.



### 3.3 Décodage du code correcteur d'erreur

Dans la littérature liée à l'IDMA, il n'y a jamais de détails donnés sur la manière de décoder les codes. Il n'est que mentionné que le décodeur maximum *a posteriori* (MAP) est utilisé, sans plus de détail.

La présente section trace les lignes directrices dans la sélection de la méthode de décodage adaptée à l'IDMA. Différentes approches sont considérées, mais toutes utilisent des entrées et sorties dites « douces ». Ces décodeurs sont donc de type SISO (pour Soft-Input Soft-Output). Cet aspect est particulièrement important puisque les données sont fortement bruitées dû à l'interférence multiusager. Aussi, puisque les résultats sont utilisés en annulation d'interférence parallèle, une information sur le degré de confiance sur les données décodées est importante.

Plusieurs aspects sont abordés. Premièrement, un modèle de canal est abordé pour le développement des méthodes de décodage. Par la suite, différents critères d'optimalité sont donnés. Puis, le théorème de Bayes est appliqué aux critères afin d'explicité le problème de décodage. La théorie des chaînes de Markov est utilisée afin de permettre de réduire l'ordre de complexité. La problématique de dynamique numérique est abordée et l'utilisation de versions logarithmiques et des méthodes d'approximation associées sont montrées.

Il est à noter qu'il y a un lien entre les méthodes discutées qui est historique. Les méthodes plus récentes sont des versions plus adaptées au décodage de type « turbo » puisqu'elles sont plus simples à implémenter. Aussi, le FEC considéré comme exemple est le code convolutionnel. Cependant, les principes peuvent s'appliquer à d'autres FEC, comme les codes bloc par exemple.

### 3.3.1 Modèle du canal utilisé pour le décodage du FEC

On considère un canal AWGN comme présenté à la figure 3-1 :

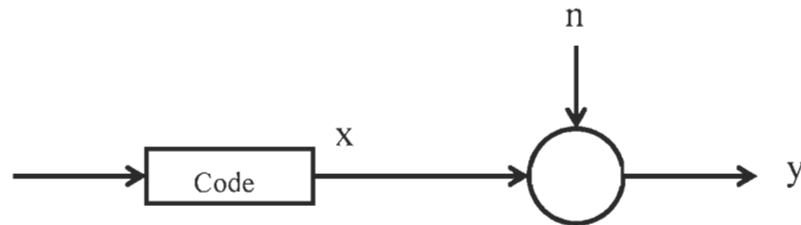


Figure 3-1 Modèle du système avec FEC et canal AWGN

Ici,  $s$  est le symbole envoyé,  $x$  un symbole après l'encodage,  $n$  un bruit blanc gaussien et  $y$  le signal reçu. Aussi, plusieurs symboles sont regroupés en bloc de données, appelé message. On associe à chaque signal un équivalent représenté par la lettre majuscule correspondante. Ainsi,  $S$  est le message complet,  $X$  le message codé complet et  $Y$  le bloc de données reçu. On considère ici un signal  $s$  qui peut prendre des valeurs binaires de manière équiprobable et un message  $S$  qui peut consister en n'importe quelle combinaison. Le message codé  $X$  quant à lui ne peut prendre que certaines séquences.

### 3.3.2 Critère d'optimalité

Lors du décodage, plusieurs critères d'optimalité peuvent être considérés. Étant donné un bloc de données reçu, on peut chercher :

- Le bloc de données faisant partie des séquences permises le plus probable [Viterbi67]
- Pour chaque symbole **non-codé**, le plus probable peu importe si le code complet est permis [Bahl74]

- Pour chaque symbole **codé**, le plus probable peu importe si le code complet est permis [Bahl74]

Le tableau suivant résume les critères d'optimisation :

Tableau 3-1 Trois différentes sorties pour le décodage d'un code convolutionnel

Message le plus probable	Symbole le plus probable	Symbole codé le plus probable
$P(S Y)$ ou $P(X Y)$	$P(s Y)$	$P(x Y)$

Le critère de minimum de probabilité d'erreur sur le message au complet (séquence permise) mène au très connu décodeur de Viterbi [Viterbi67]. Le critère cherche donc à minimiser le FER. Dans sa forme originale, ce décodeur donne simplement le message le plus probable. Il ne donne aucune probabilité sur les différents bits. Pour obtenir ces probabilités, il faut utiliser le décodeur de Viterbi à décision douce (SOVA pour Soft-Output Viterbi Decoder) [Hagenauer89]. Les décisions données par le SOVA sont cependant généralement biaisées [Xiu06].

Une autre approche est d'optimiser le décodage dans le but de minimiser le taux d'erreur sur les symboles. Le premier décodeur retrouvé dans la littérature répondant à ce critère est appelé BCJR, acronyme dérivant des noms des auteurs [Bahl74]. Le critère minimise le BER. Il peut être désirable de minimiser soit le BER du message ou du message codé. Dans le cas où l'annulation d'interférence est considérée, c'est le message codé qui doit être soustrait. C'est donc celui-ci qui doit être retrouvé avec le plus de précision.

### 3.3.3 Application du Théorème de Bayes

Le Théorème de Bayes permet de simplifier le critère [Bahl74] :

$$P(s = 1|Y) = \frac{P(Y,s=1)}{P(Y)} = \frac{P(Y|s=1)P(s=1)}{P(Y)} \text{ ou } \frac{P(Y|s=1)}{P(Y)/P(s=1)} \quad (3.1)$$

Dans le cas présent, on considère que  $P(s = 0) = P(s = 1) = 0.5$ . Aussi,  $P(Y)$  peut être considéré comme une simple normalisation afin de s'assurer que  $P(s = 1|Y) + P(s = 0|Y) = 1$ . On utilise donc la normalisation :

$$P(Y) = P(Y|s = 1) + P(Y|s = 0) \quad (3.2)$$

Le facteur critique à calculer est donc  $P(Y|s = 1)$ . Il signifie : « Quelle est la probabilité que le message reçu soit  $Y$  sachant qu'un certain bit envoyé est 1. »

### 3.3.4 Représentation du problème du codage en chaîne de Markov cachée

Le BCJR est basé sur la représentation du problème de décodage en modèle de Markov cachée [Bahl74]. La figure 3-2 illustre le modèle en treillis des transitions d'états pour un code convolusionnel (2,1,2) et des symboles binaires.

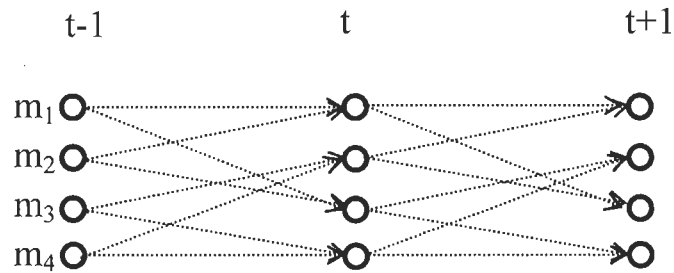


Figure 3-2 Treillis représentant un modèle de Markov pour code convolusionnel

Le code convolutionnel (2,1,2) est utilisé pour illustration car il ne contient que 4 états. À chacune des transition, des sorties  $X$  sont émises. La figure 3-3 montre des exemples de sorties pour certaines transitions.

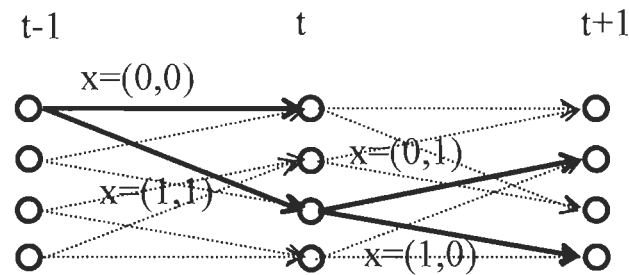


Figure 3-3 Exemples de transitions possibles

Il n'y a qu'un seul code de type (2,1,2), soit avec les sorties  $(s(t), \text{mod}2(s(t) + s(t-1)))$ . (C'est par défaut un code convolutionnel systématique, faisant partie des codes de Busgang.) Le Tableau 3-2 fait la liste des sorties pour toutes les transitions possibles.

Tableau 3-2 Transitions et sorties d'un code convolutionnel typique

État présent	État suivant	Sortie 1	Sortie 2
m1 (00)	m1 (00)	0	0
m1 (00)	m3 (10)	1	1
m2 (01)	m1 (00)	0	0
m2 (01)	m3 (10)	1	1
m3 (10)	m2 (01)	0	1
m3 (10)	m4 (11)	1	0
m4 (11)	m2 (01)	0	1
m4 (11)	m4 (11)	1	0

On remarque que chaque symbole en sortie est équiprobable.

### 3.3.5 Symbole le plus probable

Le code convolutionnel (2,1,2) contient 4 états, composés du bit précédent et du bit actuel. Pour le bit actuel, deux états sont associés au symbole  $s=0$  tandis que les deux autres au symbole  $s=1$ , comme le montre la figure 3-4 :

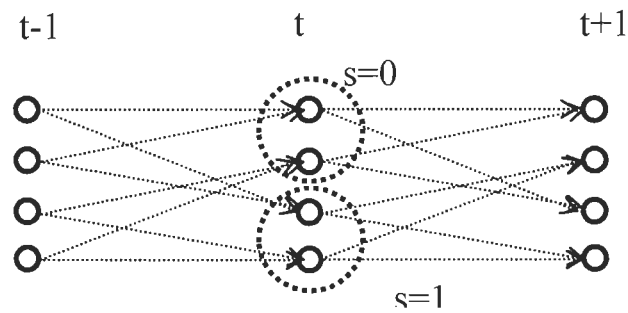


Figure 3-4 États associés à un symbole du message

On peut donc décomposer  $P(s = 1|Y)$  comme suit :

$$P(s = 1|Y) = P((m_3 \vee m_4)|Y) = P(m_3|Y) + P(m_4|Y) \quad (3.3)$$

En utilisant la loi de Bayes :

$$P(s = 1|Y) = \frac{P(m_3,Y) + P(m_4,Y)}{P(Y)} \quad (3.4)$$

ou :

$$P(s^t = 1|Y) = \frac{P(m_3^t,Y) + P(m_4^t,Y)}{P(m_1^t,Y) + P(m_2^t,Y) + P(m_3^t,Y) + P(m_4^t,Y)} \quad (3.5)$$

On voit encore que le dénominateur est simplement un élément de normalisation.

### 3.3.6 Symbole de sortie (message codé) le plus probable

Le code convolutionnel (2,1,2) a 8 transitions permises à chaque instant. Chaque transition produit deux bits de sortie. Pour chaque instant, plusieurs transitions peuvent donner les mêmes sorties. La figure 3-5 montre le premier bit de sortie pour les transitions entre les états de  $t-1$  et  $t$  et le deuxième bit de sortie pour les transitions entre les états de  $t$  et  $t+1$  :

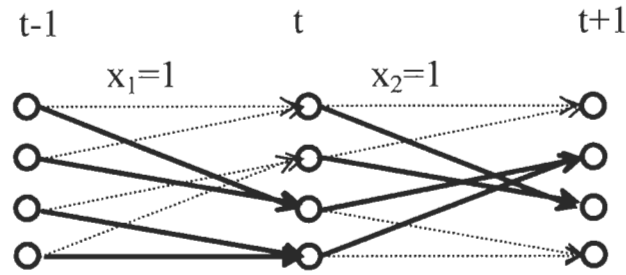


Figure 3-5 États associés à un symbole du message codé

On peut donc décomposer  $P(Y|s = 1)$  comme suit :

$$P(X_1 = 1|Y) = P\left(\left((m_1 \vee m_2) \rightarrow m_1\right) \vee \left((m_3 \vee m_4) \rightarrow m_4\right) | Y\right) = P(m_3 | Y) + P(m_4 | Y) \quad (3.6)$$

En utilisant la loi de Bayes :

$$P(X_1 = 1|Y) = \frac{P(m_1 \rightarrow m_3, Y) + P(m_2 \rightarrow m_3, Y) + P(m_3 \rightarrow m_4, Y) + P(m_4 \rightarrow m_4, Y)}{P(Y)} \quad (3.7)$$

Encore une fois,  $P(Y)$  se résume à une normalisation. Notons que pour le cas particulier du code systématique, on a :

$$P(X_1^t = 1|Y) = P(s^t = 1|Y) = \frac{P(m_3^t, Y) + P(m_4^t, Y)}{P(Y)} \quad (3.8)$$

et pour le cas du code (2,1,2), la seconde sortie est

$$P(X_2^t = 1|Y) = \frac{P(m_2^t, Y) + P(m_4^t, Y)}{P(Y)} \quad (3.9)$$

Ce sont de cas particuliers à ne pas généraliser.

### 3.3.7 Probabilité d'un état ou d'une transition selon le signal reçu

La probabilité d'un état à un temps  $t$  selon le signal reçu est composée de la sommation des probabilités de tous les chemins qui passent par cet état. Cela produit une sommation imposante :

$$P(m_k^t, Y) = \sum_{k_0} \sum_{k_1} \dots \sum_{k_{(t-1)}} \sum_{k_{(t+1)}} \dots \sum_{k_T} P(Y_1 | m_{k_0}^0, m_{k_1}^1) P(Y_2 | m_{k_1}^1, m_{k_2}^2) \dots P(Y_t | m_{k_{(t-1)}}^{t-1}, m_k^t) P(Y_{t+1} | m_k^t, m_{k_{(t+1)}}^{t+1}) \dots P(Y_T | m_{k_{(T-1)}}^{T-1}, m_{k_T}^T) \quad (3.10)$$

Le calcul direct de cette probabilité a une complexité de  $O(T^2)$ . Il devient impensable de calculer directement les sommations pour un nombre de données élevé.

Un calcul similaire peut être effectué pour le calcul de la probabilité d'une transition selon le signal reçu. La probabilité sera calculée par la sommation des probabilités de tous les chemins qui passent par cette transition

$$P(m_{k_{(t-1)}}^{t-1}, m_k^t, Y) = \sum_{k_0} \sum_{k_1} \dots \sum_{k_{(t-1)}} \sum_{k_{(t+1)}} \dots \sum_{k_T} P(Y_1 | m_{k_0}^0, m_{k_1}^1) P(Y_2 | m_{k_1}^1, m_{k_2}^2) \dots P(Y_t | m_{k_{(t-1)}}^{t-1}, m_k^t) P(Y_{t+1} | m_k^t, m_{k_{(t+1)}}^{t+1}) \dots P(Y_T | m_{k_{(T-1)}}^{T-1}, m_{k_T}^T) \quad (3.11)$$



C'est encore une fois une complexité de  $O(T^2)$ . On peut cependant souligner la similarité entre les calculs pour  $P(m_k^t, Y)$  et  $P(m_{k(t-1)}^{t-1}, m_{kt}^t, Y)$ , ce qui laisse présager plusieurs simplifications.

### 3.3.8 Reformulation des équations de probabilité d'état et de transition par l'utilisation des propriétés des chaînes de Markov cachée

Une propriété importante de la représentation en chaîne de Markov est que toute l'information sur les corrélations temporelles des données est inclut dans les états. Le treillis considère donc les états comme étant sans mémoire. Cela permet donc de décomposer la probabilité conjointe d'un état et du signal reçu en un produit de probabilité de l'état selon les parties causales et anti-causales du signal par rapport au temps d'évaluation :

$$P(m_k^t, Y) = P(m_k^t, Y_{0 \rightarrow t}) P(m_k^t, Y_{t+1 \rightarrow T}) \quad (3.12)$$

On a par définition :

$$\alpha_k^t = P(m_k^t, Y_{0 \rightarrow t}) = \sum_{k_0} \sum_{k_1} \dots \sum_{k(t-1)} P(m_{k_0}^0, m_{k_1}^1, Y_1) P(m_{k_1}^1, m_{k_2}^2, Y_2) \dots P(m_{k(t-1)}^{t-1}, m_k^t, Y_t) \quad (3.13)$$

$$\beta_k^t = P(m_k^t, Y_{t+1 \rightarrow T}) = \sum_{k(t+1)} \dots \sum_{kT} P(m_k^t, m_{k(t+1)}^{t+1}, Y_{t+1}) \dots P(m_{k(t+1)}^{T-1}, m_{kT}^T, Y_T) \quad (3.14)$$

Cette décomposition est avantageuse car elle permet la récursivité.

$$\alpha_k^t = \sum_{k(t-1)} \alpha_{k(t-1)}^{t-1} P(m_{k(t-1)}^{t-1}, m_k^t, Y_t) \quad (3.15)$$

$$\beta_k^t = \sum_{k(t+1)} P(m_k^t, m_{k(t+1)}^{t+1}, Y_{t+1}) \beta_{k(t+1)}^{t+1} \quad (3.16)$$

L'évaluation des probabilités devient donc un problème d'ordre  $O(T)$ . De plus, les facteurs  $P(m_{k(t-1)}^{t-1}, m_k^t, Y_t)$  des deux équations ne doivent être calculés qu'une seule fois.

On donne a donc :

$$\alpha_k^t = \sum_j \alpha_j^{t-1} \gamma_{j,k}^t \quad (3.17)$$

$$\beta_k^t = \sum_j \gamma_{k,j}^{t+1} \beta_{k(t+1)}^{t+1} \quad (3.18)$$

$$\gamma_{j,k}^t = P(m_k^{t-1}, m_l^t, Y_t) \quad (3.19)$$

$$P(m_k^t, Y) = \alpha_k^t \beta_k^t \quad (3.20)$$

Notons que dans la littérature, l'équation ( ) est appelée « *Forward recursion* » tandis que l'équation ( ) est appelée « *Backward recursion*.»

Un raisonnement similaire permet de décomposer la probabilité conjointe d'une transition et du signal reçu. Les termes  $\alpha_k^t, \beta_k^t$  et  $\gamma_{j,k}^t$  sont identiques et :

$$P(m_{k(t-1)}^{t-1}, m_{kt}^t, Y) = \alpha_{k(t-1)}^{t-1} \gamma_{j,k}^t \beta_k^t \quad (3.21)$$

Notons de plus que les termes  $\alpha_{k(t-1)}^{t-1} \gamma_{j,k}^t$  font partie d'un calcul partiel de  $\alpha_k^t$ . Il n'est donc pas plus complexe de calculer une probabilité d'état qu'une probabilité de transition. Cependant, il y a évidemment plus de transitions que d'états.

### 3.3.9 Problématique numériques du BCJR

Le BCJR consiste en une multiplication de probabilités. Plus ces probabilités se multiplient, plus les nombres deviennent petits, comme mentionné dans [Thoren01]. Évidemment, ces résultats sont éventuellement normalisés et les probabilités totales reviennent à des nombres raisonnables, mais les calculs intermédiaires poseront des

difficultés. Dans le cas de canaux très bruité, la probabilité pour chaque transition est près de 0.5. Donc, les nombres sont divisés par deux à chaque multiplication de probabilité et les ordres de grandeurs similaires pour chaque état. Pour un canal faiblement bruité, les probabilités de transitions sont soit très élevées ou très faible. Les probabilités faibles se multipliant donnent des résultats extrêmement petits (de l'ordre de  $1E-100$  et moins) tandis que les probabilités fortes multipliées seront plusieurs dizaines d'ordres de grandeurs supérieures. Ces effets comportent plusieurs problèmes. Premièrement, l'arithmétique flottante est nécessaire dû à la grande plage d'ordre de grandeur présente. Deuxièmement, la représentation de très petits chiffres pose problème puisque pour des tailles de blocs importants, même une représentation flottante à 32 bits s'avère insuffisante. Troisièmement, selon le SNR, le comportement des probabilités devient très variable et donc une mise à l'échelle devient difficile.

### *3.3.10 Version logarithmique de l'algorithme BCJR*

Pour pallier aux problèmes de représentation numérique, une version logarithmique du BCJR permet de réduire considérablement la plage des données. [Robertson95] présente cette méthode tout en montrant deux approximations qui permettent de réduire considérablement la complexité. Ces approximations feront l'objet de l'annexe H.

En repartant de l'équation de probabilité conjointe entre  $m_k^t$  et  $Y$ , on peut appliquer le logarithme naturel et l'exponentielle de manière à remplacer les produits par des sommations :

$$\begin{aligned}
P(m_k^t, Y) = & \\
& \sum_{k0} \sum_{k1} \dots \sum_{k(t-1)} \sum_{k(t+1)} \dots \sum_{kT} \exp \left( \ln \left( P(Y_1 | m_{k0}^0, m_{k1}^1) \right) + \ln \left( P(Y_2 | m_{k1}^1, m_{k2}^2) \right) + \dots + \ln \left( P(Y_t | m_{k(t-1)}^{t-1}, m_k^t) \right) + \right. \\
& \left. \ln \left( P(Y_{t+1} | m_k^t, m_{k(t+1)}^{t+1}) \right) + \dots + \ln \left( P(Y_T | m_{k(T-1)}^{T-1}, m_{kT}^T) \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Ici, rien n'est changé en termes de dynamique des nombres. Une deuxième application du logarithme à l'extérieur des sommations permet de réduire la dynamique globale :

$$\begin{aligned}
\ln(P(m_k^t, Y)) = & \ln \left( \sum_{k0} \sum_{k1} \dots \sum_{k(t-1)} \sum_{k(t+1)} \dots \sum_{kT} \exp \left( \ln \left( P(Y_1 | m_{k0}^0, m_{k1}^1) \right) + \ln \left( P(Y_2 | m_{k1}^1, m_{k2}^2) \right) + \dots + \right. \right. \\
& \left. \left. \ln \left( P(Y_t | m_{k(t-1)}^{t-1}, m_k^t) \right) + \ln \left( P(Y_{t+1} | m_k^t, m_{k(t+1)}^{t+1}) \right) + \dots + \ln \left( P(Y_T | m_{k(T-1)}^{T-1}, m_{kT}^T) \right) \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Il y a encore des calculs intermédiaires qui ont des dynamiques importantes. Cependant, sous cette version, il est possible d'utiliser le logarithme Jacobien, qui contourne ces dynamiques.

Le logarithme Jacobien s'applique sur un logarithme d'une somme d'exponentielles :

$$\ln(e^a + e^b) = \ln \left( e^{\max(a,b)} (e^{a-\max(a,b)} + e^{b-\max(a,b)}) \right) \tag{3.24}$$

$$\ln(e^a + e^b) = \max(a, b) + \ln(1 + e^{-|b-a|}) \tag{3.25}$$

Cette méthode élimine le calcul d'une des deux exponentielles et le remplace par une comparaison et une soustraction. De plus, la dynamique de  $e^{-|b-a|}$  est inférieure à celle de la somme d'exponentielle. Le logarithme Jacobien peut aussi s'appliquer de manière récursive. Pour trois variables, on a :

$$\ln(e^a + e^b + e^c) = \ln \left( e^{\ln(e^a + e^b)} + e^c \right) = e^d + e^c \tag{3.26}$$

Avec  $d = \ln(e^a + e^b)$

$$\ln(e^a + e^b + e^c) = \max(d, c) + \ln(1 + e^{-|d-c|}) \tag{3.27}$$

Le logarithme Jacobien peut donc s'appliquer de manière générale pour résoudre  $\ln(\sum_k e^{a_k})$  avec un seul calcul de logarithme et une seule exponentielle.

On peut donc réécrire :

$$\alpha_k^t = \ln \left( \sum_j \left( e^{\alpha_j^{t-1}} + e^{\gamma_{j,k}^t} \right) \right) \quad (3.28)$$

$$\beta_k^t = \ln \left( \sum_j e^{\gamma_{k,j}^{t+1}} e^{\beta_{k(t+1)}^{t+1}} \right) \quad (3.29)$$

$$\gamma_{j,k}^t = \ln \left( P(m_k^{t-1}, m_l^t, Y_t) \right) \quad (3.30)$$

$$\ln(P(m_k^t, Y)) = \ln \left( e^{\alpha_k^t} + e^{\beta_k^t} \right) \quad (3.31)$$

$$\ln \left( P(m_{k(t-1)}^{t-1}, m_{kt}^t, Y) \right) = \ln \left( e^{\alpha_{k(t-1)}^{t-1}} + e^{\gamma_{j,k}^t \beta_k^t} \right) \quad (3.32)$$

On retrouve donc l'aspect récursif. En utilisant le logarithme Jacobien, on peut reformuler les équations en éliminant les exponentielles. La version logarithmique a alors deux avantages au niveau numérique :

- La plage des valeurs de probabilité est réduite énormément
- Les additions conservent une plage de valeur plus réduite que les multiplications

Dans le cas où les probabilités calculées dans  $\ln(P(m_k^{t-1}, m_l^t, Y_t))$  sont tirées directement d'un signal sur canal AWGN, l'utilisation du logarithme est en réalité d'une aide importante puisque celui-ci vient annuler l'exposant de la gaussienne, comme dans le calcul du LLR présenté précédemment. Cependant, dans le cas où les probabilités proviennent des LLRs, cet avantage est perdu. On doit alors extraire la probabilité  $P(x = 1)$  ou  $P(x = 0)$  :

$$LLR(x) = \ln \left( \frac{P(x=1)}{P(x=-1)} \right) \quad (3.33)$$

$$e^{LLR(x)} = \frac{P(x=1)}{1-P(x=1)} \quad (3.34)$$

$$P(x=1) = \frac{e^{LLR(x)}}{(1+e^{LLR(x)})} = \frac{1}{1+e^{-LLR(x)}} \quad (3.35)$$

$$\ln(P(x=1)) = \ln \left( \frac{1}{1+e^{-LLR(x)}} \right) = -\ln(1+e^{-LLR(x)}) \quad (3.36)$$

Signalons au passage que les probabilités des différentes sorties peuvent être combinées aisément sous forme logarithmique. L'application du logarithme Jacobien n'est pas intéressante à première vue :

$$\ln(P(x=1)) = -\max(0, -LLR(x)) - \ln(1+e^{-|LLR(x)|}) \quad (3.37)$$

$$\ln(P(x=1)) = \min(0, LLR(x)) - \ln(1+e^{-|LLR(x)|}) \quad (3.38)$$

Toutefois, la section suivante montre des approximations qui pourraient aussi s'appliquer à cette situation.

Pour ce qui est de l'implémentation, d'un côté, il est plus aisé d'utiliser des additions que des multiplications, mais il faut cependant appliquer des logarithmes, fonctions qui peuvent s'avérer très simples ou très complexes selon la méthode de calcul utilisée. Par contre, ces logarithmes doivent être calculés de toute manière dans le cas où les données doivent être retournées sous forme de LLRs.

### 3.3.11 Méthodes d'approximation

Le logarithme Jacobien apporte de bonnes améliorations au point de vue de la dynamique pour le décodeur. Cependant, il ajoute le problème du calcul du logarithme :

$$\ln(e^a + e^b) = \max(a, b) + \ln(1 + e^{-|b-a|}) \quad (3.39)$$

Notons qu'avec l'usage du logarithme Jacobien à deux variable, le terme associé au logarithme est borné à  $\ln(2)$ , et ce dans l'unique cas où  $a$  est égal à  $b$  :

$$\ln(e^a + e^a) = a + \ln(2) \quad (3.40)$$

Dans le cas où  $a$  ou  $b \gg \ln(2)$ , le terme logarithmique prend une importance relative faible. De plus, si  $a$  est très différent de  $b$ , alors le terme tend vers 0. Les méthodes d'approximations basées sur le logarithme Jacobien traitent ce terme logarithmique.

Une première approche, le MAX-LOG-MAP, consiste à mettre ce terme à 0. Cela permet de complètement enlever tout calcul complexe (logarithme et exponentielle) et de réduire le tout à une simple sélection :

$$\ln(e^a + e^b) \approx \max(a, b) \quad (3.41)$$

Aussi, la généralisation devient extrêmement simple :

$$\ln(\sum_k e^{a_k}) = \max(a_1, a_2, \dots, a_K) \quad (3.42)$$

La seconde approche, le LOG-MAP, propose de tabuler la fonction logarithmique. Le logarithme Jacobien est important dans ce cas car il réduit le terme logarithmique à une seule variable. On a donc :

$$\ln(e^a + e^b) = \max(a, b) + f(|b - a|) \quad (3.43)$$

Évidemment, au point de vue de la complexité, l'approximation MAX-LOG-MAP est très avantageuse. Aussi, il peut être intéressant à utiliser dans des algorithmes itératifs, même aux prix d'un plus grand nombre d'itération. L'approximation du MAX-LOG-MAP comporte un autre avantage en ce qui concerne la robustesse numérique. En effet,

l'algorithme tend à sous-estimer la confiance apportée aux données. L'algorithme est donc plus robuste à très haut SNR.

L'algorithme LOG-MAP, avec les valeurs tabulées, est aussi relativement simple et applicable pour les algorithmes itératifs. Il a l'avantage de permettre un compromis entre mémoire et précision.

### *3.3.12 Autres méthodes*

Il est à noter que des algorithmes qui dérivent du décodeur de Viterbi permettent d'obtenir des valeurs de probabilités sur les états à partir du décodage, notamment le « Soft-Output Viterbi Algorithm ». En comparant les décodeurs SOVA et de type BCJR, il a été démontré que le SOVA donne des résultats équivalents à l'algorithme MAX-LOG-MAP [Fossorier98]. Le SOVA présente des avantages indéniables au point de vue implémentation et peut donc être préférable. Dans une implémentation, il pourrait être intéressant d'utiliser le SOVA lors des dernières itérations d'un algorithme utilisant l'annulation d'interférence lorsque le SNIR devient élevé. Aussi, il est préférable d'utiliser le décodeur de Viterbi à la dernière itération puisque généralement, c'est un message sans erreur qui est recherché.

### *3.3.13 Méthode retenue pour le décodage de code correcteur d'erreur*

Pour le présent mémoire, c'est une version logarithmique du décodeur BCJR qui est utilisée, mais sans les approximations mentionnées. Ces approximations sont du domaine de l'implémentation et apportent leur lot d'effets sur la convergence. Cependant, les approximations discutées sont rassurantes en ce qui a trait à la faisabilité pratique des



algorithmes utilisés. Notons que ces décodeurs sont appelés MAP pour *maximum a posteriori* dans la littérature.

### 3.4 Méthodes d'analyse des performances des codes

Il est utile de pouvoir faire l'analyse des performances des codes dans un contexte d'annulation d'interférence sans à avoir à simuler le système au complet. Ces simulations peuvent s'appliquer lors du design, pour le choix des codes, ou en ligne, lors de l'allocation des ressources. On discute donc de deux méthodes de simulation rapides qui se retrouvent dans la littérature : les diagrammes EXIT et l'évolution du SNR. C'est cette dernière qui sera retenue et qui fera l'objet d'une description. Aussi, on développe :

- Une simplification pour l'analyse des systèmes utilisant des codes concaténés dont une partie est un étalement
- Une méthode d'intégration directe pour l'analyse des systèmes utilisant seulement un étalement.

Finalement, une discussion sur l'état de l'art des méthodes d'analyse rapides pour ce qui est des systèmes OFDM et MIMO est donnée.

#### 3.4.1 Diagrammes EXIT

L'analyse de l'évolution des signaux lors de l'annulation d'interférence nécessite généralement l'utilisation des diagrammes de type EXIT [Hagenauer04]. Ces diagrammes traitent l'information contenue dans les signaux et nécessitent donc l'utilisation de la théorie de l'information. En bref, pour une information donnée, un décodeur donnera une certaine information extrinsèque. Cette information extrinsèque est utilisée comme information *a priori* pour la prochaine itération. La notion d'information *a priori* est utile

dans le décodage de codes de type Turbo. Cependant, pour l'annulation d'interférence parallèle, l'application n'est pas directe. [Li05] utilise les diagrammes EXIT pour l'annulation d'interférence successive. [Zhang07] présente ces diagrammes avec l'annulation d'interférence parallèle, mais effectue une analyse plutôt qualitative (mais très à propos) à partir diagrammes EXIT des codes. [Wolfgang07] quant à lui applique les diagrammes EXIT avec l'annulation d'interférence parallèle, mais dans le contexte de SDMA.

Les diagrammes EXIT sont utiles pour l'analyse des codes mais sont difficiles à utiliser pour simuler les performances d'un système multiusager quelconque. De plus, ils supposent des blocs de taille infinie, négligeant les effets de bord. Aussi, les approximations numériques utilisées dans les décodeurs ne sont pas tenus en compte. Les diagrammes EXIT ne seront pas utilisés dans le cadre du mémoire.

### 3.4.2 *Méthode d'évolution du SNR*

Une méthode bien adaptée à l'annulation d'interférence parallèle est la méthode de d'évolution du SNR. Cette méthode consiste à considérer à chaque itération le SNIR de chaque usager. La variance des signaux extraits à partir de ces SNIRs est trouvée pour chaque usager. Cette variance provient de tables générées par simulations de type Monte-Carlo avec les décodeurs considérés. Les variances des signaux sont par la suite recombinaées afin de déterminer les nouveaux SNIRs.

La méthode d'évolution du SNR a été tirée de [Ping06] où elle est appliquée pour l>IDMA, quoique la méthode ait été auparavant utilisée pour le CDMA [Boutros02].

L'approximation importante qui simplifie grandement l'analyse est l'approximation du SNIR de chaque bribe par sa moyenne. La variance causée par l'interférence et le bruit est donc approximée par :

$$Var(I_k + N) \approx \sum_{k' \neq k} |h_j|^2 V_x + \sigma_n^2 \quad (3.44)$$

Aussi, le SNIR moyen sera :

$$SNIR(k) = \frac{|h_k|^2}{\sum_{k' \neq k} |h_j|^2 V_x + \sigma_n^2} \quad (3.45)$$

On peut rechercher à partir du SNIR moyen la variance du signal extrait par le décodeur. Les performances du décodeur sont calculées à partir d'un bruit blanc. On simule des blocs de données avec un bruit blanc à plusieurs SNR. Ces simulations utilisent le décodeur tel qu'utilisé dans le système, avec la taille des blocs désirée et toutes les approximations utilisés. Aussi, pour améliorer la résolution sur les SNR, une interpolation linéaire peut être utilisée. Celle-ci surestime cependant les performances puisque les courbes de performances selon le SNR sont généralement convexes (sauf lorsque des erreurs d'approximations deviennent très significatives.) On peut aussi utiliser les performances au SNR inférieur. Le décodeur étant à décision douce, les LLRs sont donnés pour chaque bit de chaque simulation. À partir de ces LLRs, la variance est calculée (voir annexe D). La moyenne des variances de tous les bits de tous les blocs est utilisée pour la tabulation. Notons que le retrait de l'information *a priori* doit normalement être fait sur les LLRs avant le calcul de la variance [Boutros02].

Dans le cas des codes d'étalement concaténés avec des convolutionnels, on peut effectuer l'opération de désétalement sur le SNIR par simple addition. En supposant un désétalement basé sur les LLRs, on aura un SNIR équivalent à :

$$SNIR(k) = \frac{S|h_k|^2}{\sum_{k' \neq k} |h_{k'}|^2 V_x + \sigma_n^2} \quad (3.46)$$

avec  $S$  le facteur d'étalement. Cette approche a l'avantage de ne pas avoir à refaire les simulations Monte Carlo pour chaque longueur d'étalement. Malheureusement, de cette manière il n'est plus possible de retirer l'information *a priori*. Cependant, plus la longueur de l'étalement est grande, plus cet effet devient négligeable et l'approximation est asymptotiquement valable. C'est donc cette approche qui sera utilisée pour le mémoire.

Dans le cas où l'étalement est le seul code utilisé, il faut aussi réaliser les simulations de type Monte Carlo pour chaque étalement. On peut aussi supposer que l'étalement est grand et que la partie extrinsèque est négligeable. Sinon, le calcul direct est possible, mais nécessite la résolution d'une intégrale de manière numérique (voir annexe I):

$$E[V(x)] = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi/(S-1)}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma^2/(S-1)}\right)^2} \tanh\left(\frac{x}{\sigma^2/(S-1)}\right)^2 dx \quad (3.47)$$

### 3.4.3 Cas de l'OFDM et du MIMO

Dans le cas d'un système utilisant l'OFDM, non seulement le SNIR varie à cause de l'annulation de l'interférence, mais aussi à cause de la réponse fréquentielle qui varie d'une bribe à l'autre. [Zhang08] étudie les performances du système à l'aide de diagrammes EXIT et en démontre l'avantage par rapport au MC-CDMA. [Dang12] traite cet aspect par l'évolution du SNR en supposant une distribution à la puissance de la bribe. Pour un canal de type Rayleigh, la distribution de la puissance suit une loi Chi carré.

[Yuan06] applique quant à lui la méthode d'évolution du SNR pour les systèmes MIMO. La méthode d'évolution du SNR considère alors le SNR moyen de toutes les antennes. C'est une méthode approximative, mais très simple et efficace. Notons que

l'algorithme y est présenté pour un système MIMO à un seul usager, mais pourrait être généralisé aisément pour un système multiusager.

Il n'y a pas de méthodes d'évolution du SNR montrées pour des systèmes MIMO-OFDM. Cependant, il serait possible de réunir les méthodes de [Dang12] et [Yuan06] pour traiter ce problème.

### **3.5 Résultats sur les techniques FEC et la méthode d'évolution du SNR**

On montre ici les principaux résultats utiles sur les techniques de codage ainsi que pour la méthode d'évolution du SNR. On trouve entre autre que des codes convolutionnels à longueur de contrainte courtes peuvent avoir des performances très intéressantes par rapport aux codes à longueur de contrainte plus longues, utilisés dans la littérature [Ping06]. Cela permet un gain important du point de vue de la complexité.

#### *3.5.1 Performance sur la détection des symboles des messages non codé et codé*

On montre premièrement certains résultats tirés du décodeur convolutionnel à entrée et sortie douce. On commence par comparer les performances du code convolutionnel (2,1,3) par rapport au message et au message codé. La figure 3-6 fait cette comparaison.

Ce graphique montre le taux d'erreur sur un signal non codé. On peut aussi dire que c'est le taux d'erreur sur le signal avant décodage. Ensuite, le taux d'erreur sur le message après décodage du code convolutionnel est montré. Il est intéressant de constater qu'à bas SNR, l'usage du code convolutionnel donne de moins bonnes performances que sans l'usage de code, en plus de réduire le débit et de consommer deux fois plus de puissance (l'abscisse est en SNR et non  $E_b/N_0$ ). Cependant, à haut SNR, le gain est très marqué. Puis,

les performances du message codé après décodage donnent des performances similaires au signal sans code à bas SNR et similaires au message décodé à haut SNR.

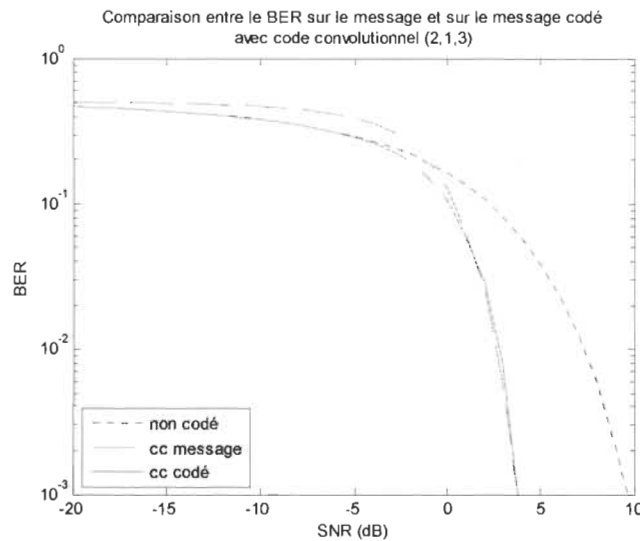


Figure 3-6 Comparaison entre le BER sur le message et sur le message codé avec code convolutionnel (2,1,3)

D'un point de vue annulation d'interférence, on peut conclure que :

- Il n'y a aucun avantage à décoder le code convolutionnel lorsque le SNIR est très faible
- Décoder le code convolutionnel commence à être très utile lorsque le SNIR augmente, après plusieurs annulations d'interférences
- Pour un système surchargé en usager (bas SNIR pour les premières itérations d'annulation d'interférence), ne pas employer de code convolutionnel et doubler les codes d'étalement permet de gagner l'équivalent de 3dB pour les premières itérations.

Les premières itérations étant déterminantes pour le processus d'annulation d'interférence, cela peut permettre au système de supporter un plus grand nombre d'utilisateur. Cependant, lorsque cette approche est utilisée, il faut augmenter la puissance de tous les utilisateurs par rapport au bruit blanc.

Le graphique a donc montré qu'il y a un compromis à faire entre :

- un système permettant un grand nombre d'utilisateurs, à faible complexité mais nécessitant une forte puissance
- un système permettant un petit nombre d'utilisateurs, à grande complexité mais nécessitant une faible puissance.

Les prochaines figures discutées présenteront différents aspects des codes convolutionnels.

### 3.5.2 Taille des blocs de données

La taille des blocs de données influence aussi les performances des codes. En effet, à cause des bits de purges, une énergie supplémentaire est fournie. Aussi, cette énergie étant constante, elle est proportionnellement plus grande lorsque le nombre de données est faible. Le graphique de la figure 3-7 montre que les performances sont supérieures à SNR égale pour des blocs de plus petite taille.

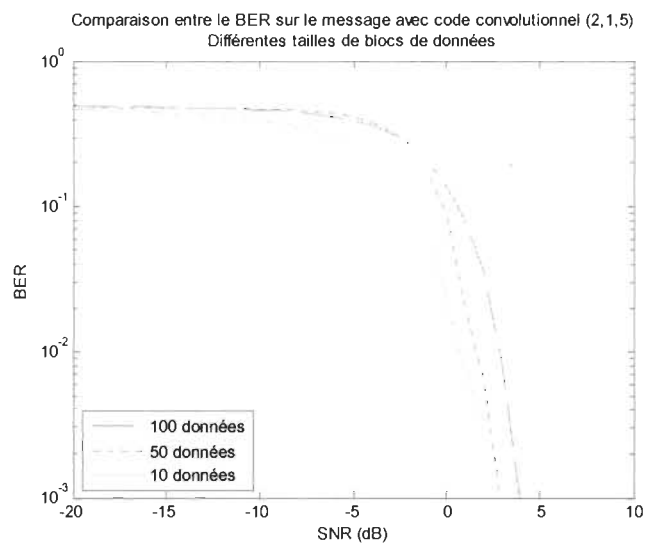


Figure 3-7 Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel (2,1,5) selon la taille des blocs de données (SNR)

Cependant, cette relation n'est pas si évidente lorsqu'on compare à énergie par bit ( $E_b/N_0$ ) constante, comme le montre le graphique de la figure 3-8 suivant :

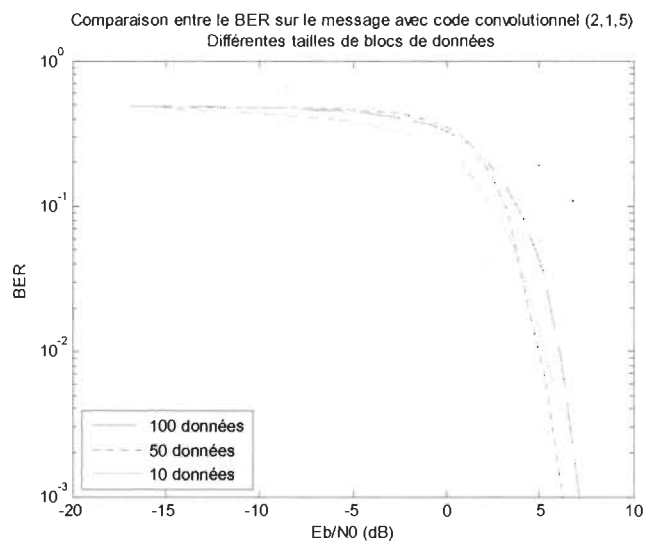


Figure 3-8 Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel (2,1,5) selon la taille des blocs de données ( $E_b/N_0$ )



Cela met en lumière un deuxième aspect par rapport à la taille des blocs : la possibilité de corriger une partie du message à l'aide de signaux plus éloignés. Cette possibilité est réduite lorsque les blocs sont courts. À la limite, pour un bloc d'une seule donnée et un certain nombre de bits de purge, le code convolutionnel se comporte comme un simple étalement.

### 3.5.3 Longueur de contrainte

La longueur de contrainte des codes convolutionnel est un aspect sur lequel beaucoup de recherche a été fait. Cependant, lorsqu'on regarde les performances par rapport au SNR ou par rapport à l'énergie par bit, des code  $(2,1,k)$  de paramètre  $k$  différents ont des performances similaires, comme le montre les figure 3-9 et 3-10 :

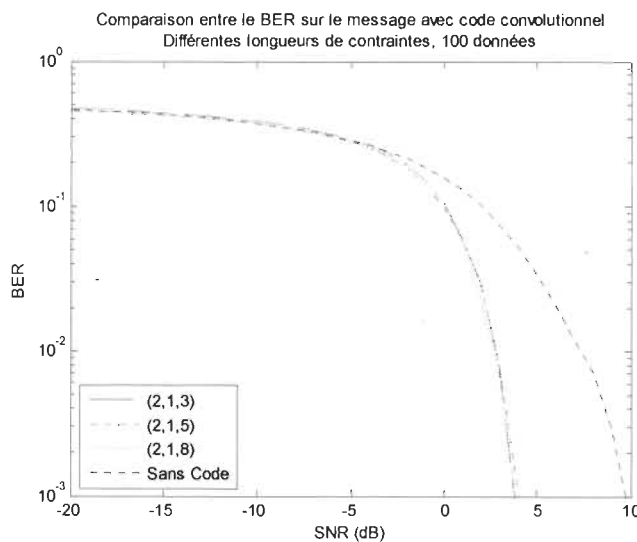


Figure 3-9 Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel avec différentes longueurs de contraintes (SNR)

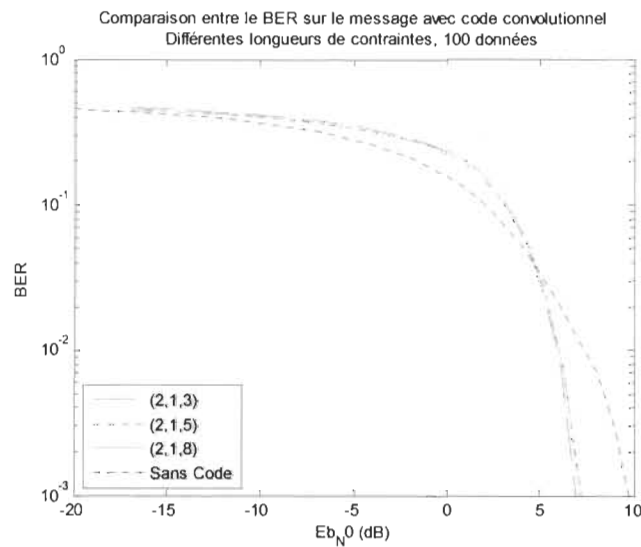


Figure 3-10 Comparaison entre le BER sur le message avec code convolutionnel avec différentes longueurs de contraintes ( $E_b/N_0$ )

Les performances sont à toutes fins pratiques identiques. Pour ce qui est des performances sur le message codé, il semble même que des codes plus courts puissent avoir de meilleures performances que des codes plus longs comme le montre la figure 3-11.

Cependant, lorsqu'on met un bruit corrélé, les choses sont différentes. La figure 3-12 montre la comparaison des performances de codes  $(2,1,3)$  et  $(2,1,5)$  pour des bruits corrélés par une moyenne mobile sur 10 données :

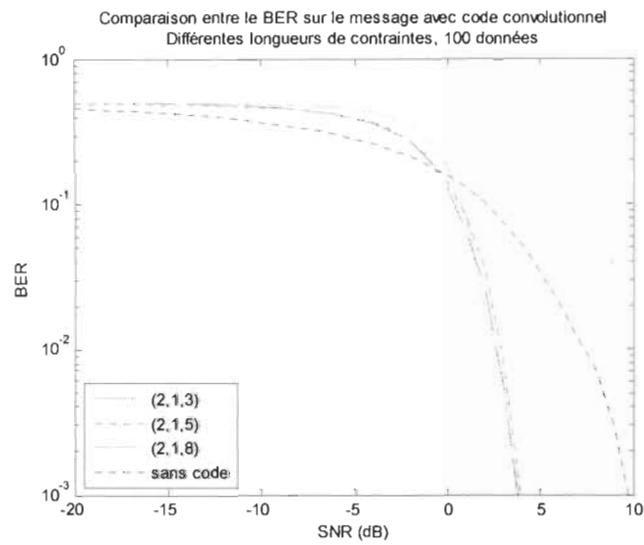


Figure 3-11 Comparaison entre le BER sur le message codé avec code convolutionnel avec différentes longueurs de contraintes (SNR)

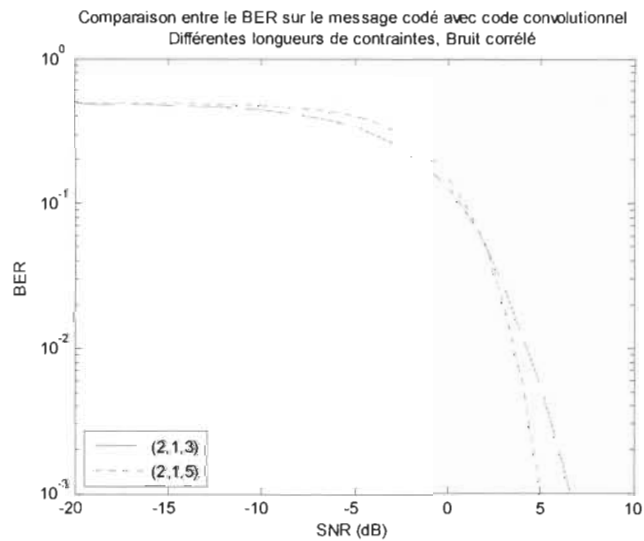


Figure 3-12 Comparaison entre le BER sur le message codé avec différentes longueur de contrainte et un bruit corrélé

La longueur de contrainte sert principalement à permettre d'éliminer des erreurs consécutives (*burst errors*). Lorsque le bruit est corrélé, ce phénomène entre en jeu. Notons

que le décodeur tel que décrit dans ce mémoire n'est pas adapté pour un bruit corrélé et les performances optimales devraient être meilleures. Cependant, on a mis en lumière que c'est principalement la corrélation du bruit ou des interférences qui rend utile des longueurs de contraintes longues.

Dans le contexte de l'IDMA, la somme du bruit et interférence n'est pas considérée comme corrélée. C'est pourquoi la longueur de contrainte n'est pas à priori un facteur déterminant au point de vue des performances.

Il faut toutefois noter que des codes de longueurs de contrainte identiques peuvent avoir des performances très différentes. On donne à la figure 3-13 l'exemple d'un code (2,1,5) systématique et non systématique :

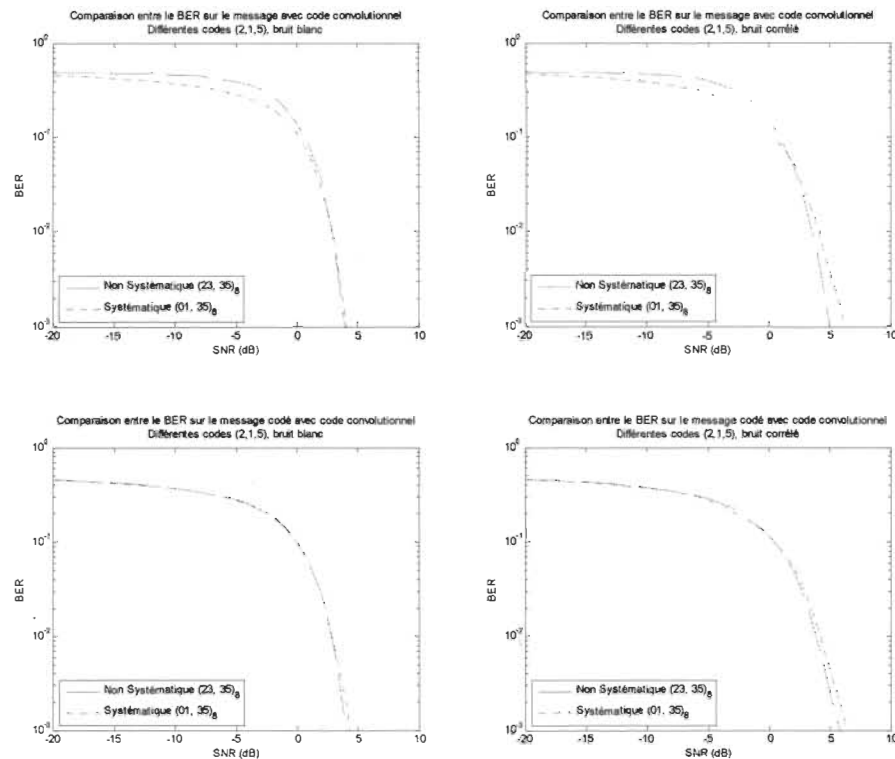


Figure 3-13 Comparaisons du BER entre différents codes (2,1,5)

Notons que les résultats pour le code systématique est légèrement biaisé du fait que les bits de purges ont été conservé pour les deux sorties. En réalité, les bits de purges sont nécessaires seulement pour la partie avec mémoire du code systématique.

#### 3.5.4 Variance de l'erreur des décisions douces

Le but du décodage lors de l'annulation d'interférence n'est pas d'obtenir le taux d'erreur minimal après décision dure, mais plutôt de minimiser la variance de l'erreur des décisions douces. Le graphique de la figure 3-14 montre une comparaison entre la variance avant et après décodage selon le SNR.

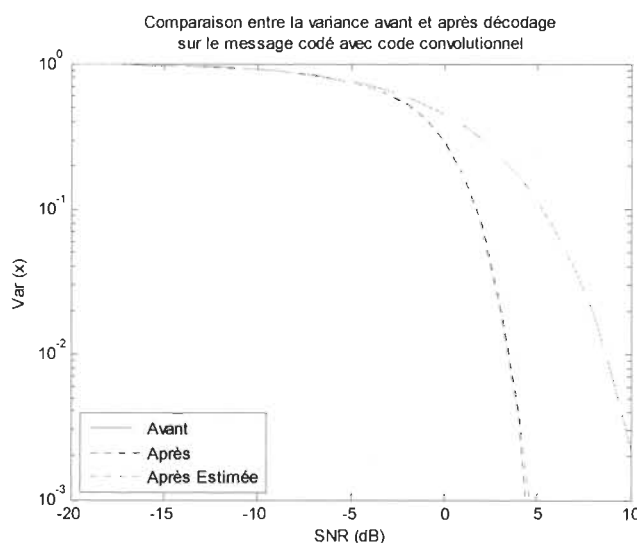


Figure 3-14 Comparaison entre la variance avant et après décodage sur le message codé avec un code convolutionnel

Une comparaison entre la variance calculée directement sur l'erreur entre l'estimé et la valeur réelle et par calcul de la moyenne des variances montre une très grande ressemblance. Cette dernière méthode a l'avantage de pouvoir s'utiliser en ligne puisqu'elle

ne nécessite pas la connaissance réelle du signal pour le calcul de l'erreur. Cependant, elle suppose que toutes les hypothèses sont exactes.

Il y a une relation entre la variance et le BER. Cette relation est similaire pour les différents codes. Ainsi, les choix effectués en fonction du BER donnent les résultats attendus en ce qui concerne la variance à la figure 3-15.

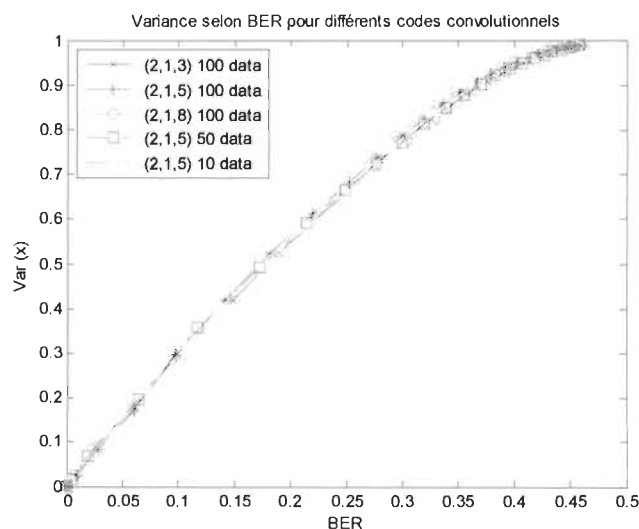


Figure 3-15 Variance selon le ber pour différents codes convolutionnels

### 3.6 Résultats sur la technique d'évolution du SNR

Une problématique importante dans le cas où l'annulation d'interférence est utilisée est que le SNR varie d'une itération à l'autre. L'utilisation de l'analyse de l'évolution du SNR permet d'évaluer rapidement les performances des codes sous certaines conditions. Ce n'est pas le SNR qui est recherché, mais plutôt le BER. Cependant, c'est le SNR qui est analysé d'une itération à l'autre. À partir d'un SNR, le BER est connue pour un décodeur particulier.

Pour la figure 3-16 on utilise la technique de l'évolution du SNR pour comparer différents codes convolutionnels, de type (2,1,2), (2,1,3) et (2,1,5) sur des blocs de 100 données. On observe les codes pour différents SNR et différents taux de bits par brique. Notons que les taux ne sont jamais identiques pour les différents codes à cause des bits de purge.

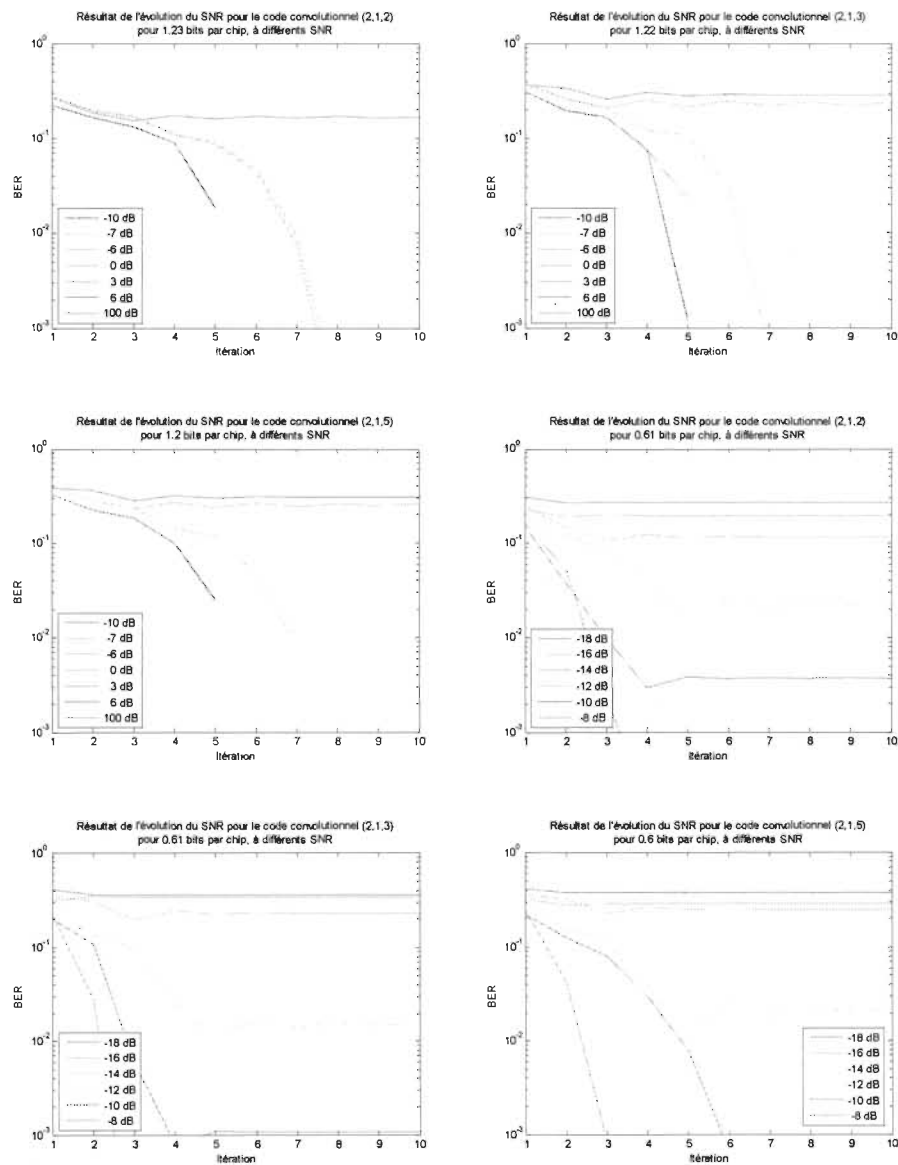


Figure 3-16 Résultats de la méthode d'évolution du SNR pour différents codes

Une première remarque importante est le fait que les résultats sont très sensibles à la résolution des tables de performances des différents codes. Ici, la résolution est relativement faible, le taux d'erreur ayant été évalué sur 100 blocs de 100 données et des points évalués à intervalle de 1 dB. Pour des résultats précis à un BER faible, il faut en réalité peut-être 1000 fois plus de points et avec un plus petit intervalle. Ce type de calcul est difficile avec le logiciel Matlab et l'utilisation du langage C est préférable. Aussi, bien qu'on remarque qu'avant un plateau les performances paraissent légèrement meilleures, cet effet est probablement lié à cette faible résolution.

On peut cependant voir que les codes ont des performances similaires. Dans les situations utiles (lorsque le BER est faible), il semble que le code (2,1,3) soit légèrement plus performant que le code (2,1,2) et presque aussi performant que le code (2,1,5). Étant donné la complexité qui dépend au carré de la longueur de contrainte des codes, il est préférable de prendre un code de faible longueur.

Dans la littérature, les code convolutionnel de type (2,1,5) sont généralement utilisés [Ping06]. Dans ce mémoire, un code convolutionnel de type (2,1,3) a été retenu à cause de sa plus faible complexité et de performances similaires. Un code de type (2,1,2) serait par contre une alternative envisageable.

### 3.7 Effet de l'erreur d'estimation du SNR sur le code convolutionnel

Le SNR n'est jamais parfaitement connu, mais dans le cas du retour de décision, cette erreur peut être particulièrement grande. Le SNR est composé de deux parties : un estimé du signal et un estimé du bruit. Varier un ou l'autre revient au même. Ici, on suppose que



l'estimé du signal a une erreur fixe. Cette erreur est donnée en dB, de telle sorte à ce qu'il n'y ait pas d'inversion de signes. La figure 3-17 montre le BER pour un code convolutionnel (2,1,3) avec différentes erreurs d'estimation de puissance du signal en dB :

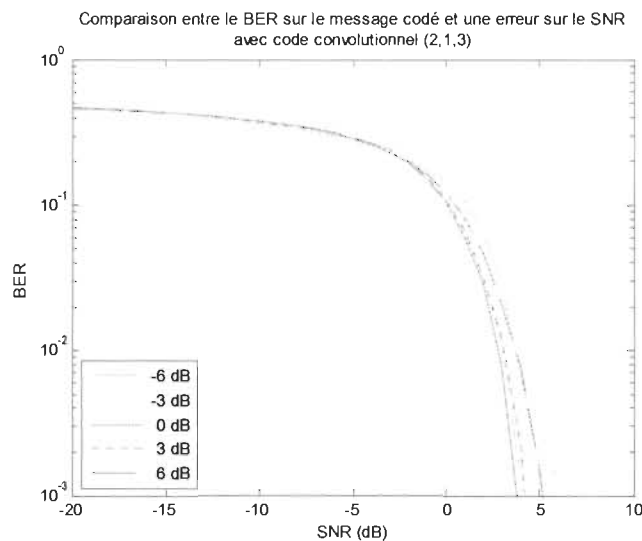


Figure 3-17 Comparaison entre le BER sur le message codé selon l'erreur sur le SNR avec un code convolutionnel (2,1,3)

On remarque premièrement qu'à bas SNR, même une erreur de 6 dB n'a aucun impact significatif. C'est particulièrement intéressant puisque la première itération des systèmes à annulation d'interférence n'est que peu affectée par l'erreur d'estimation du SNR. Cela signifie que des systèmes utilisant un retour de décision peuvent obtenir un bon décodage pour les premières itérations et utiliser une estimation orientée sur la décision pour améliorer l'estimé du canal subséquent.

Ensuite, on remarque la symétrie entre l'effet d'une erreur positive ou négative en dB sur les performances. Cependant, étant de nature logarithmique, on peut dire qu'en absolue, il est préférable de surestimer le SNR lors du décodage. Or, souvent les estimateurs biaisés,

à plus faible variance, ont tendance à sous-estimer les gains du canal. Il serait judicieux de développer des estimateurs de canaux qui sont optimaux aux moindres carrés pondérés de manière à pénaliser d'avantage la sous-estimation. Par contre, si cet estimé convient au décodage, elle n'est pas nécessairement optimale quant à l'annulation d'interférence. Par exemple, supposer que le SNR d'un usager est plus fort qu'en réalité laisse supposer que son interférence est aussi plus grande. Donc, cela tend à faire sous-estimer les SNIRs des autres usagers.

La figure 3-18 compare l'effet d'une erreur de +6dB pour des codes (2,1,3) et (2,1,5) :

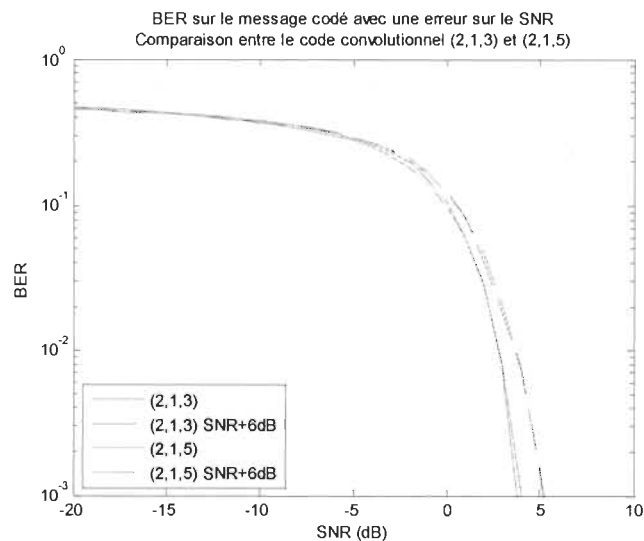


Figure 3-18 Comparaison du BER sur le message codé avec une erreur sur le SNR pour différents codes convolusionnels

On constate que les deux codes sont affectés de manière similaire quant aux erreurs du SNR.

### 3.8 Calcul de la valeur extrinsèque du LLR

Les articles traitant l'IDMA considère généralement pour l'annulation d'interférence que l'usage des probabilités extrinsèques est important [Ping2006]. Aussi, les performances montrées par simulation sont supérieures. Or, si l'efficacité de l'utilisation des probabilités extrinsèques est montrée, la notion d'information extrinsèque et de son rôle n'est pas très bien détaillée pour ces systèmes.

La notion d'information extrinsèque provient des codes de type « turbo » [Berrou93]. Cette information extrinsèque se calcul en retirant l'information a priori sur les informations a posteriori. Cette information extrinsèque devient l'information a priori de l'itération suivante de décodage. La notion d'information extrinsèque est définie dans [Berrou93], mais son rôle n'est pas expliqué. De plus, c'est l'information extrinsèque sur les bits du message non codé qui est recherché.

[Wang99] utilise aussi la notion d'information extrinsèque, mais dans le contexte du décodage d'un système CDMA avec entrelaceurs au niveau des bits codé (mais pas au niveau de la brique.) L'information extrinsèque recherchée est cette fois-ci recherchée pour le message codé, mais non au niveau de la brique. Cette information est utilisée de deux manières :

- comme information à priori pour un décodage itératif sans annulation d'interférence
- comme information pour effectuer l'annulation d'interférence.

C'est le deuxième cas qui se rapproche de l'IDMA. L'utilisation de l'information extrinsèque dans ce cas est simplement justifiée par le fait que c'est vital :

« ...the extrinsic information ... which is vital to the Turbo multiuser receiver. »

Il est cependant assez compréhensible que sans entrelaceur au niveau de la bribe, la corrélation entre les signaux de différents usagers peut s'accroître au fur et à mesure que l'interférence est annulée :

« But subsequently since they use the same information indirectly, they will become more and more correlated and finally the improvement through the iterations will diminish. »

Il est donc justifier de vouloir éliminer l'information qui provient du bit codé considéré pour réduire cette corrélation.

Dans le cas du système CDMA de [Mahadevappa02], l'entrelacement peut s'effectuer sur les bribes et être différent d'un usager à l'autre. La méthode pour obtenir l'information extrinsèque pour chaque bribe est donnée, mais pas la justification de son emploi.

On peut aussi trouver des articles qui étudient l'évolution de l'annulation d'interférence avec information extrinsèque à l'aide des diagrammes de transfert d'information extrinsèque (*EXIT charts*) [Li05]. Cependant, quoique l'efficacité de prédiction des méthodes utilisant ces approches soit concluante, l'utilisation de l'information extrinsèque n'y est pas justifiée et encore moins expliquée.

Quoique toute la littérature semble s'accorder sur le fait qu'il est important d'utiliser l'information extrinsèque, la raison n'est pas claire dans le cas de l'annulation d'interférence parallèle. De plus, pour l>IDMA, il semble que ce soit moins critique que pour un système comme celui de [Wang99]. À l'annexe J, on montre l'effet de la soustraction de l'information à priori lors du décodage.

## Chapitre 4 - Méthodes autodidactes d'estimation de canal

L'estimation du canal est un accès crucial dans le cas de l'annulation d'interférence. Aussi, lorsque le retour de décision est étudié, c'est que les canaux changent à une certaine vitesse non négligeable et que les blocs de données sont de grandeur limitée. Aussi, l'estimation se fait sans la présence de pilotes, ce qui rend l'estimation plutôt délicate. L'aspect de l'estimation du canal est donc triplement important dans le cas présent.

L'estimation du canal est un sujet très vaste et sera étudié de manière limitée dans ce mémoire. Entre autre, on se concentrera surtout sur le canal SISO sans mémoire. Cependant, une première approche pour les canaux avec mémoire est de considérer chaque *tap* de manière indépendante. Aussi, le cas des systèmes MIMO peut être traité de manière indépendante pour chaque liaison. Le cas de l'OFDM est plus délicat. Il y a souvent une interpolation de la réponse fréquentielle qui est effectuée. On peut cependant effectuer des moyennes mobiles et appliquer les méthodes présentées ici. Cependant, faute de temps, cet aspect n'a pas été traité.

On fera l'analyse de deux catégories d'estimateurs sans pilotes. Ces deux catégories sont basées sur deux problématiques :

- Estimer le canal lorsque des décisions douces sont disponibles
- Estimer le canal lorsqu'aucune décision n'est disponibles ou que celles-ci sont de très faible amplitude.

Dans le premier cas, des estimateurs dérivés des méthodes d'estimation semi-autodidactes seront données en retirant la partie associée aux pilotes. Dans le second cas, des méthodes basées sur l'estimation du SNR seront employées.

Les deux différentes approches ont deux utilisations différentes :

- L'utilisation des décisions douces est particulièrement utile pour améliorer l'estimation donnée par le retour de décision après les premières itérations d'annulation d'interférence. Aussi, pour l'estimation qui sera transféré au bloc suivant, l'utilisation des valeurs douces est utile pour traiter le cas de mauvais décodage et réduire la propagation du problème au bloc suivant.
- les méthodes basées sur l'estimation du SNR sont utiles pour initialiser le système. Aussi, une estimation du canal peut être faite avant la première itération de l'annulation d'interférence si une opération de désétalement linéaire est effectuée préalablement.

Les aspects originaux dans ce chapitre sont :

- L'estimateur de [Ping03] basé sur la corrélation est simplifié en retirant les pilotes (modification triviale). La variance de cet estimateur est calculée ;
- Un estimateur basé sur le MRC est développé et sa variance est calculée ;
- L'application à l'IDMA du CMA comme estimateur autodidacte, avec une publication à venir ;
- Une méthode pour traiter l'ambiguïté de signe suite à une estimation autodidacte.

#### 4.1 Estimation basée sur la décision douce

Le premier estimateur de canal adapté à l'IDMA a été utilisé dans [Ping03]. L'estimateur fait l'emploi de pilotes superposés. Ces pilotes sont donc additionnés au signal utile et reçus comme suit :

$$r(n) = h(n) * (x(n) + p(n)) + \zeta(n) \quad (4.1)$$

L'estimation est calculée à partir de la corrélation entre le signal envoyé et le signal reçu. Or, étant donné que le signal n'est pas complètement connu, les décisions douces sont utilisées:

$$\hat{x}(n) = E(x(n)) \quad (4.2)$$

L'erreur sur cette décision peut être incluse dans l'interférence.

$$r(n) = h(n) * (\hat{x}(n) + p(n)) + \zeta'(n) \quad (4.3)$$

Cet estimateur est donc :

$$\hat{h}(l) = \frac{(\hat{x}(n)+p(n))^H r((n+l-1))}{(\hat{x}(n)+p(n))^H (\hat{x}(n)+p(n))} \quad (4.4)$$

Cet estimateur est sous-optimal pour deux raisons principales :

- Les réponses impulsionnelles des différents usagers sont traitées séparément
- Les différents éléments de la réponse impulsionnelle sont calculés séparément
- Le niveau de bruit de chaque échantillon est considéré constant.

L'estimateur est dérivé des estimateurs présentés dans [Farhang-Boroujeny95] et [Zhu03]. La version donnée par [Zhu03] concerne les systèmes MIMO et traite donc les différents canaux simultanément. Or, [Ping03] utilise le fait que le système est à large

bande pour justifier le fait de traiter les usagers indépendamment. Aussi, le même argument soutient l'utilisation de l'autocorrélation. Traiter les usagers séparément ainsi que les différents éléments de la réponse impulsionnelle permet de réduire l'ordre de complexité considérablement. La technique est donc applicable pour un grand nombre d'usagers avec un grand nombre de chemins.

Un aspect important d'un estimateur est de pouvoir calculer sa variance. Le calcul de la variance d'un estimateur utilisant des données après une décision se retrouvent dans la littérature. [Meng07] utilise un estimateur à décision dure et le calcul de la variance comporte le taux d'erreur. [Schoeneich05] emploie une méthode de pseudo-inverse régularisée et obtient un estimé de l'erreur sur la variance. Cela permet de traiter tous les chemins simultanément et assurer une décorrélation des estimateurs, mais au coût d'inverses de matrice. [Wehinger06] prend une approche similaire en CDMA. [Yoon12] utilise les décisions douces dans un filtre de Kalman, mais ne tient pas compte de la variance du signal causée par l'incertitude sur le signal. Or, il n'y a pas dans la littérature de résultats théoriques pour le calcul de la variance d'estimateurs utilisant la corrélation avec des valeurs de décision douces. Le système avec retour de décision proposé dans ce mémoire met l'accent sur le traitement des incertitudes sur les CSI. Il est donc nécessaire de calculer la variance des estimateurs utilisant les décisions douces.

Un aspect particulier du processus d'annulation d'interférence est que le SNIR varie éventuellement pour chaque bribe. L'estimateur de [Yoon12] permet de tenir compte de cette variabilité, mais est basé sur Kalman. Or, les estimateurs de [Schoeneich05] et [Wehinger06] et [Meng07] ne peuvent pas prendre en compte cette variation sans modifications importantes. Aussi, l'estimateur de [Ping03] n'en tient considère



l'interférence comme étant distribuée uniformément. Pour un système sans pilotes, il est plus difficile d'obtenir de bons résultats d'estimation de canal. C'est pourquoi on généralisera l'estimateur de [Ping03] pour tenir compte de la variabilité du SNIR d'une bribe à l'autre.

Notons que l'estimateur de [Ping03] utilise des pilotes. Pour l'application autodidacte, ces pilotes sont retirés et l'estimateur devient simplement :

$$\hat{h}(l) = \frac{\hat{x}(n)^H r((n+l-1))}{\hat{x}(n)^H \hat{x}(n)} \quad (4.5)$$

En résumé, l'estimateur de [Ping03] est intéressant et sera retenu pour son ordre de complexité. Cependant, certaines analyses et modifications sont nécessaires afin de l'employer efficacement pour le retour de décision. La présente section montrera :

- La variance de l'estimateur de [Ping03] sans pilotes
- L'estimateur de [Ping03] modifié pour tenir compte des variations du SNIR
- La variance de ce dernier estimateur.

#### 4.1.1 Relations entre la décision douce et l'interférence résiduelle

En revenant sur les équations précédentes et en retirant les pilotes, on a :

$$r(n) = h(n) * x(n) + \zeta(n) \quad (4.6)$$

On peut ajouter et retirer l'estimateur de la manière suivante :

$$r(n) = h(n) * (x - \hat{x}(n) + \hat{x}(n)) + \zeta(n) \quad (4.7)$$

Par linéarité, on a :

$$r(n) = h(n) * \hat{x}(n) + h(n) * (x - \hat{x}(n)) + \zeta'(n) \quad (4.8)$$

avec le bruit étant :

$$\zeta'(n) = h(n) * (x(n) - \hat{x}(n)) + \zeta(n) \quad (4.9)$$

Pour beaucoup d'estimateur, on peut considérer l'estimé  $\hat{x}(n)$  comme étant approximativement non corrélé à l'interférence résiduelle  $\zeta'(n)$ , par le principe d'orthogonalité. Par exemple, en utilisant la relation :

$$\sigma_x^2(n) = 1 - E(x(n))^2 \quad (4.10)$$

on a, pour un canal à un seul chemin :

$$\zeta'(n) = h(x(n) - E(x(n))) + \zeta(n) \quad (4.11)$$

$$var(\zeta'(n)) = E(|\zeta'(n)|^2) \quad (4.12)$$

$$var(\zeta'(n)) = h^2 \sigma_x^2(n) + var(\zeta) + 2hRe(cov(\hat{x}(n), \zeta(n))) \quad (4.13)$$

On suppose maintenant que  $\hat{x}(n)$  n'est pas corrélé avec  $\zeta(n)$ . En réalité, il existe un lien entre  $\hat{x}(n)$  et  $\zeta(n)$  en ce que si l'interférence est élevée, probablement que l'estimé  $\hat{x}(n)$  moins bon que dans le cas contraire. Négliger cet effet rend la solution sous-optimale. Cependant, c'est une approximation qui est tout de même raisonnable étant donné que les données sont très nombreuses. De plus, l'utilisation des valeurs extrinsèques permet de réduire d'avantage l'effet.

$$Var(\zeta') \approx h^2 \sigma_x^2(n) + Var(\zeta) \quad (4.14)$$

Or, même si il y absence de corrélation, il y a tout de même une dépendance. En effet, on peut voir que la variance de l'interférence résiduelle varie selon l'erreur sur l'estimé. Cette variance est rapportée dans [Yoon12]. Cependant, l'article ne mentionne cette variance que par rapport à l'interférence interusager. C'est justifié dans le cas de l'annulation d'interférence successive traité par [Yoon12].

#### 4.1.2 Variance de l'estimateur basé sur la corrélation

En considérant l'erreur résiduelle causée par la partie inconnue du signal, on peut calculer la variance de l'estimateur de [Ping03] sans pilotes:

$$Var(\hat{h}) = \frac{\overline{h^2 \sigma_x^2(n)} + \overline{Var(\zeta(n))}}{(\hat{x}(n)^H \hat{x}(n))^2} \quad (4.15)$$

La variance est fonction de  $h$  qui est inconnue. On le remplace donc par son estimé  $\hat{h}$ :

$$Var(\hat{h}) = \frac{\overline{\hat{h}^2 \sigma_x^2(n)} + \overline{Var(\zeta(n))}}{(\hat{x}(n)^H \hat{x}(n))^2} \quad (4.16)$$

Il est à noter que le dénominateur est en partie déjà calculé lors de l'estimation. Il ne reste qu'à mettre la valeur au carré. Cependant, les moyennes des variances  $\overline{\sigma_x^2(n)}$  et  $\overline{Var(\zeta(n))}$  sont à calculer au complet. Il est intéressant de constater que les effets causés par la variance sur le signal et la variance sur l'interférence peuvent être analysées séparément. Le graphique de la figure 4-1 montre la séparation des deux termes et leur sommation en comparaison avec la variance réelle. La variance moyenne sur l'estimé du signal est constante à 0.47, avec une distribution générée arbitrairement. Aussi, la variance du bruit moyenne correspond au SNR indiqué, mais varie fortement d'une bribe à l'autre.

Le gain du canal est constant (valeur de 5) et 500 bribes sont utilisés pour chaque bloc. On peut aussi voir que l'estimé de la variance est non-biaisé.

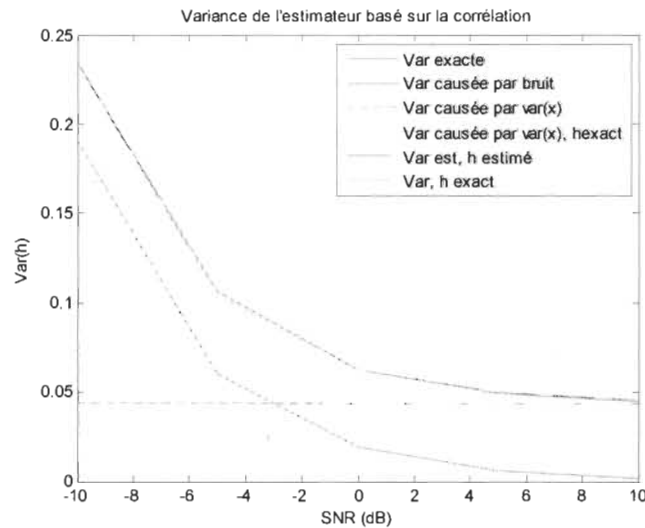


Figure 4-1 Variance de l'estimateur basé sur la corrélation selon le SNR

#### 4.1.3 Estimateur basé sur la corrélation pondérée

L'estimateur basé sur la corrélation suppose une interférence de variance constante. En fait, l'interférence varie selon deux raisons :

- L'annulation d'interférence produit une interférence résiduelle de variance changeant pour chaque bribe
- La variance sur la décision douce change aussi d'une bribe à l'autre.

On applique donc une pondération proportionnelle au SNR :

$$Var(\zeta'(n)) = h^2(1 - \hat{x}(n)^2) + Var(\zeta(n)) \quad (4.17)$$

$$\hat{h}(l) = \frac{\left(\hat{x}(n) \frac{1}{Var(\zeta'(n))}\right)^H r((n+l-1))}{\left(\hat{x}(n) \frac{1}{Var(\zeta'(n))}\right)^H \hat{x}(n)} \quad (4.18)$$

Le problème principal est que l'estimateur a besoin de la valeur du canal. On peut utiliser un estimé venant du retour de décision. Une approche alternative est d'utiliser l'estimateur sans pondération, comme estimé, noté ici  $h_0$  :

$$Var(\zeta'(n)) = h_0^2(1 - \hat{x}(n)^2) + Var(\zeta(n)) \quad (4.19)$$

C'est cette approche qui est utilisée pour fin de simulation. Cet estimateur peut offrir de meilleures performances que l'estimateur basé sur la corrélation sans pondération comme le montre la figure 4-2 :

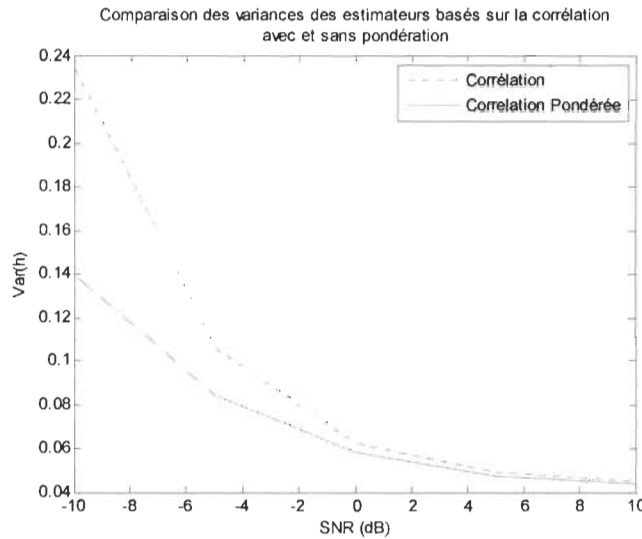


Figure 4-2 Effet de l'utilisation de la pondération sur la variance de l'estimation de canal

On peut raffiner l'estimé de manière itérative, mais des simulations ont montré que peu de différence.

#### 4.1.4 Variance de l'estimateur basé sur la corrélation pondérée

Comme pour l'estimateur basé sur l'autocorrélation, on calcul la variance du nouvel estimateur :

$$Var(\hat{h}) = \frac{\left( |\hat{x}|^2(n) \cdot \frac{1}{Var(\zeta'(n))^2} \right)^H Var(\zeta'(n))}{\left[ \left( \hat{x}(n) \cdot \frac{1}{Var(\zeta'(n))} \right)^H \hat{x}(n) \right]^2} \quad (4.20)$$

Dans le cas de cet estimateur, il n'est pas possible de séparer les effets en deux fonctions indépendantes comme pour l'estimateur sans pondération. Cependant, on peut tout de même écrire :

$$Var(\hat{h}) = \frac{\left( |\hat{x}|^2(n) \cdot \frac{1}{Var(\zeta'(n))^2} \right)^H}{\left[ \left( \hat{x}(n) \cdot \frac{1}{Var(\zeta'(n))} \right)^H \hat{x}(n) \right]^2} \left( h_0^2 (1 - \hat{x}(n)^2) + Var(\zeta(n)) \right) \quad (4.21)$$

La figure 4-3 montre la comparaison entre la variance exacte et la variance calculée. On peut voir que l'estimé de la variance est non-biaisé.

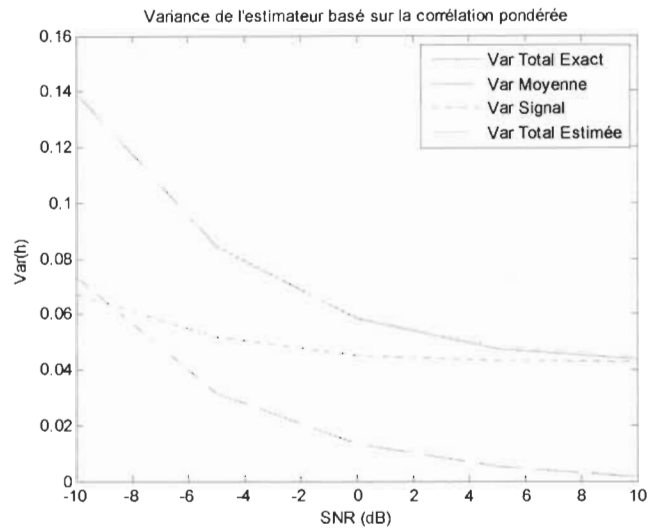


Figure 4-3 Variance de l'estimateur basé sur la corrélation pondérée

#### 4.1.5 Erreur sur l'estimé sur la variance

Les estimés sur la variance de l'estimé sont eux-mêmes sujets à une erreur. Le graphique de la figure 4-4 montre la variance de cette erreur calculé par simulation :

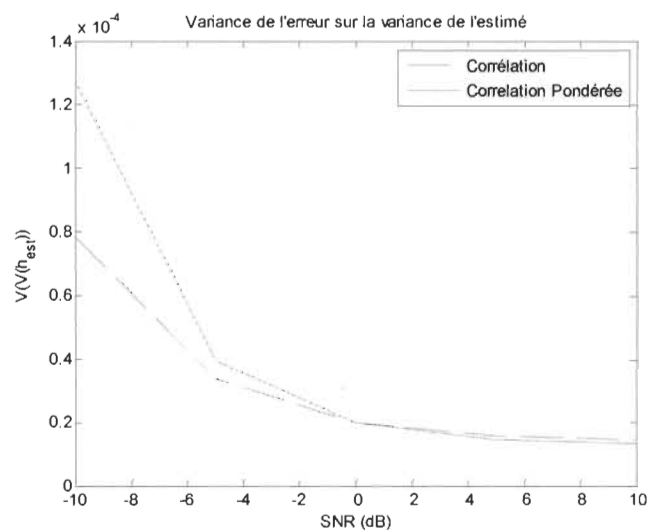


Figure 4-4 Variance de l'erreur sur la variance de l'estimé

L'erreur semble faible, mais lorsqu'on observe l'erreur relative en utilisant deux écarts-type, la figure 4-5 montre que l'erreur peut se retrouver dans les 20% :

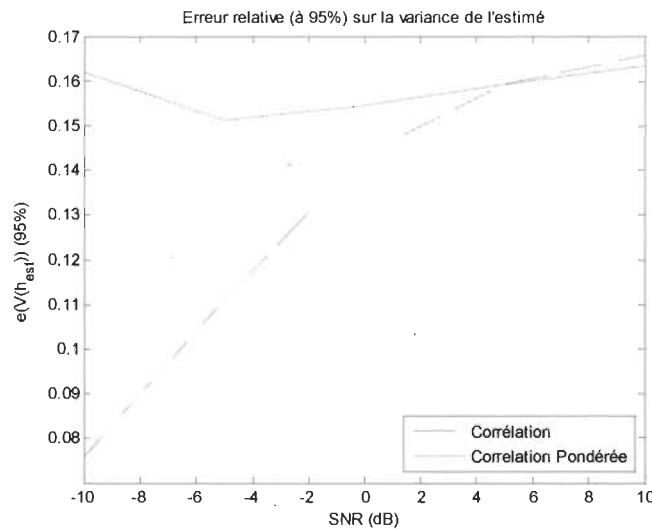


Figure 4-5 Erreur relative sur la variance de l'estimé

De plus, dans le cas d'un système multiusager, l'erreur sur la variance sera fortement corrélée d'un usager à l'autre, contrairement à l'erreur d'estimation. Cette erreur relative diminue lorsque le nombre de données augmente. Pour des blocs de 5000 bribes l'erreur relative diminue sous les 6% comme illustré à la figure 4-6.



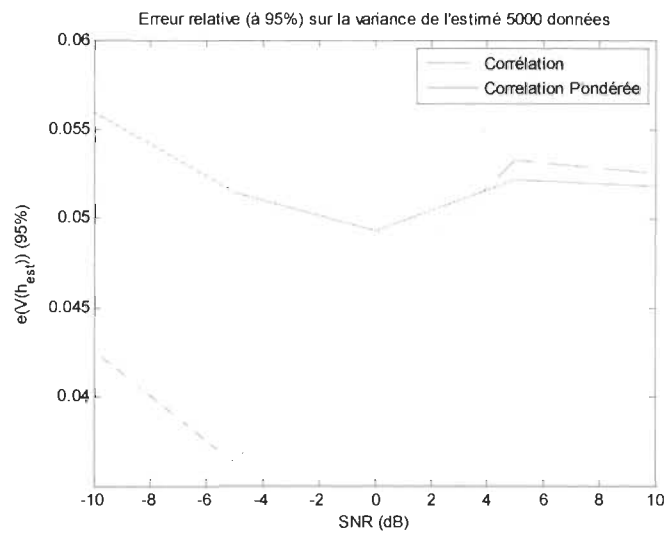


Figure 4-6 Erreur relative sur la variance de l'estimé avec beaucoup de données

Pour compléter les données, on présente la comparaison des variances des deux estimateurs avec 5000 brises à la figure 4-7 :

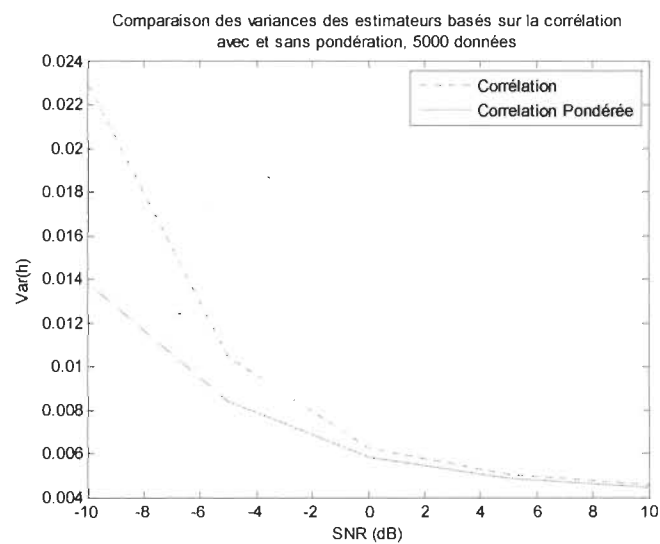


Figure 4-7 Effet de l'utilisation de la pondération sur la variance de l'estimation de canal avec beaucoup de données

Même avec beaucoup de données, l'erreur peut avoisiner les 20% en amplitude en considérant deux écarts types.

#### 4.2 Estimation basée sur les méthodes d'estimation du SNR

Les méthodes d'estimation du SNR permettent d'obtenir indirectement le gain d'un canal sans mémoire. En effet, à partir du SNR  $\beta$  et de la variance totale  $\sigma_{tot}^2$  du signal et du bruit, l'amplitude du gain peut se déduire aisément. Soit le SNR :

$$\beta = \frac{h^2}{\sigma_n^2} \quad (4.22)$$

et la variance totale :

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{tot}^2 + h^2 \quad (4.23)$$

On peut réécrire :

$$\beta = \frac{h^2}{\sigma_{tot}^2 - h^2} \quad (4.24)$$

On peut donc isoler l'amplitude du gain :

$$|h| = \sqrt{\frac{\beta \sigma_{tot}^2}{(1+\beta)}} \quad (4.25)$$

Les méthodes d'estimation du SNR peuvent donc être considérées comme des méthodes d'estimation du canal. Seul l'amplitude de  $h$  peut être extraite et il reste une ambiguïté sur le signe.

#### 4.2.1 *Utilisation des entrelaceurs indépendants et de l'étalement dans l'estimation du SNR*

Deux problèmes majeurs quant à l'application des méthodes d'estimation du SNR pour le système IDMA sont à considérer :

- Dans le cas d'un canal à plusieurs chemins, les signaux reçus ont une forte corrélation
- Le niveau d'interférence au niveau des bribes individuelles peut être extrêmement élevé avant l'annulation d'interférence ou lors des premières itérations.

Par contre, l'IDMA utilise des entrelaceurs indépendants ainsi que des techniques de codages qui peuvent être utiles pour contourner ces problématiques. Ici, on suppose que l'étalement est un des éléments du codage.

La stratégie employée pour améliorer les techniques d'estimation du SNR est de désentrelacer le signal reçu et appliquer un désétalement linéaire avant d'appliquer les méthodes.

Le désétalement linéaire est généralement une méthode sous-optimale. Cependant, en l'absence d'information sur les canaux, il est difficile de pondérer correctement les éléments du signal. Toutefois, avant l'annulation d'interférence, la variance est généralement constante pour toutes les bribes. Dans ce cas, le désétalement linéaire est optimal. Aussi, lors des premières itérations de l'annulation d'interférence, une faible partie du signal est retirée et la variance reste relativement constante.

Le désentrelacement et le désétalement doivent être appliqués pour l'estimation de chaque *tap* de la réponse impulsionnelle.

#### 4.2.2 Trois méthodes d'estimations du SNR

Ici, on montre trois méthodes d'estimations du SNR qui se retrouvent dans la littérature. La première suppose la connaissance du signal, comme dans le cas de l'utilisation de pilotes ou d'un décodage parfait [Xu04]. Cette méthode est utilisée pour fins de référence. Une deuxième méthode utilisée est basée sur la décision dure [Xu04]. Cette méthode est bonne à haut SNR, mais est très affectée par le SNR. Finalement, la troisième méthode est basée sur la relation entre les valeurs absolues et le carré du signal [Summers98]. La méthode qui est intéressante pour l'initialisation est réellement cette dernière méthode. Les deux premières méthodes étant triviales, on omettra leur description détaillée.

Lorsque le signal et le canal sont inconnus, le seul point de repère disponible est le type de modulation. Par exemple, pour la modulation BPSK, on ne sait pas si le signal envoyé est 1 ou -1. Cependant, on sait que la valeur absolue du signal envoyé est unitaire. On sait aussi que la valeur du carré du signal envoyé est aussi unitaire. Cependant, le signal reçu contient une composante de bruit. La valeur absolue et le carré du signal reçu n'auront pas les mêmes moyennes. Soit le signal reçu suivant :

$$r(n) = hx(n) + \zeta(n) \quad (4.26)$$

L'espérance de la valeur carrée est égale à la variance du signal reçu :

$$E(r(n)^2) = h^2 + \sigma_\zeta^2 \quad (4.27)$$

L'espérance de la valeur absolue est quant à elle :

$$E(|r(n)|) = E(|hx(n) + \zeta(n)|) \quad (4.28)$$

En supposant le SNR élevé, le bruit ne fait pas changer de signe le signal. Lorsque le signal est positif, l'effet du bruit n'est pas changé. Cependant, dans le cas où le signal est

négatif, l'effet du bruit change de signe. Le bruit n'étant pas corrélé avec le signal, on peut substituer le bruit par un autre bruit qui est modifié mais qui garde les mêmes statistiques.

On a donc :

$$E(|r(n)|) = |h| + E(\zeta'(n)) = |h|, \text{ avec } |\zeta(n)| \ll hx(n) \quad (4.29)$$

La simple moyenne de la valeur absolue donne donc un estimé de l'amplitude directement. Cependant, cette situation n'est valide qu'à haut SNR, situation où les estimés basés sur les données connues ou sur la décision donne les mêmes résultats. À plus bas SNR, cette estimation n'est plus valide. En effet, le bruit peut faire changer de signe le signal reçu. [Summers98] montre que l'espérance de la valeur absolue est une fonction trop compliquée pour extraire une relation explicite avec le SNR. L'alternative proposée est d'utiliser une régression polynômiale de telle sorte que :

$$\hat{\beta} = f\left(\frac{E(r(n)^2)}{E(|r(n)|)^2}\right) \quad (4.30)$$

Le domaine sur lequel la régression est effectuée est entre 0 et 6 dB. Ce domaine est intéressant pour l'application de l'article et semble raisonnable pour les systèmes IDMA après désentrelacement et désétalement. Notons qu'à haut SNR, d'autres méthodes d'estimation du SNR peuvent être utilisées tandis qu'à très bas SNR, l'estimé devient très bruité, à moins d'avoir une quantité de données astronomiques.

La variance de l'estimateur est difficile à calculer mais peut s'obtenir aisément par simulations et être tabulé par la suite [Summers98].

La figure 4-8 montre les performances de l'évaluation du SNR par les trois méthodes pour des blocs de 100 données :

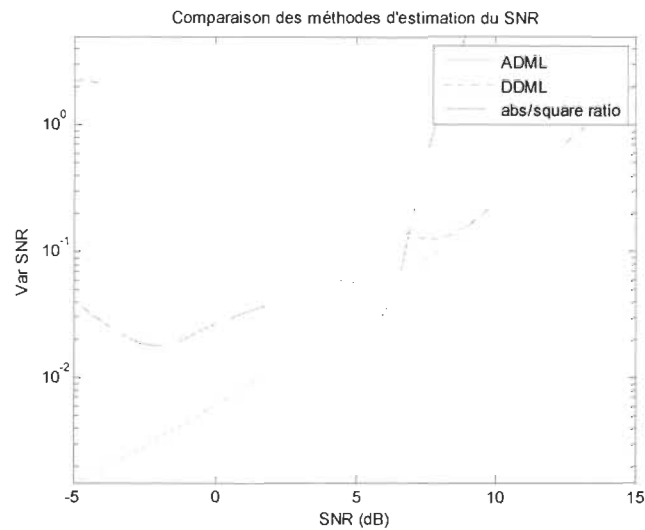


Figure 4-8 Comparaison des performances des méthodes d'estimation du SNR

Il est clair qu'à bas SNR, il est fortement avantageux d'utiliser la méthode du ratio. Par contre, pour un SNR supérieur à 6 dB, il est préférable d'utiliser la méthode orientée sur la décision (DDML). Notons que pour 6 dB, l'estimateur basé sur le ratio donne de meilleurs résultats que la méthode basée sur des données connues. Cela peut sembler étrange à première vue, mais cela s'explique probablement par biais de l'estimateur. Pour illustrer, supposons que l'estimateur est une constante à 6 dB, alors l'estimateur aura une valeur exacte quand le SNR est à 6 dB. Vers 6 dB, l'estimateur ressemble à une constante comme le montre la figure 4-9 :

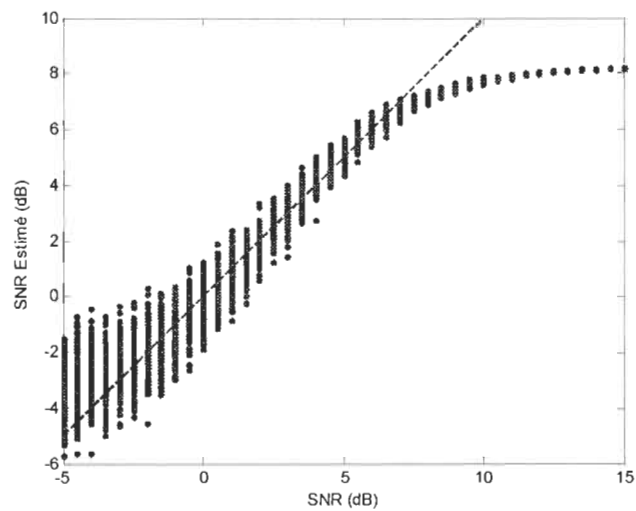


Figure 4-9 SNR estimé selon SNR avec la méthode du ratio abs/carré

Pour ce qui est de l'évaluation des performances des estimateurs pour déduire l'amplitude du gain, la figure 4-10 permet mêmes conclusions :

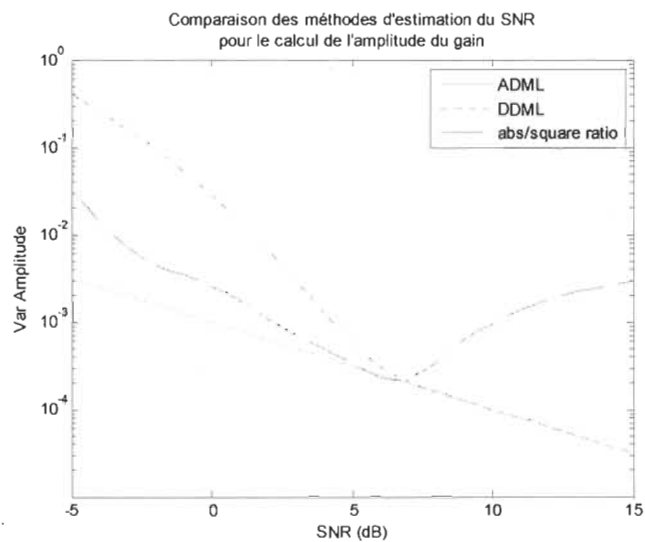


Figure 4-10 Comparaison des méthodes d'estimation du SNR pour le calcul de l'amplitude du gain

Le nombre de donnée disponible est un facteur important. La figure 4-11 montre les performances de l'estimateur basé sur le ratio avec différent nombre de données :

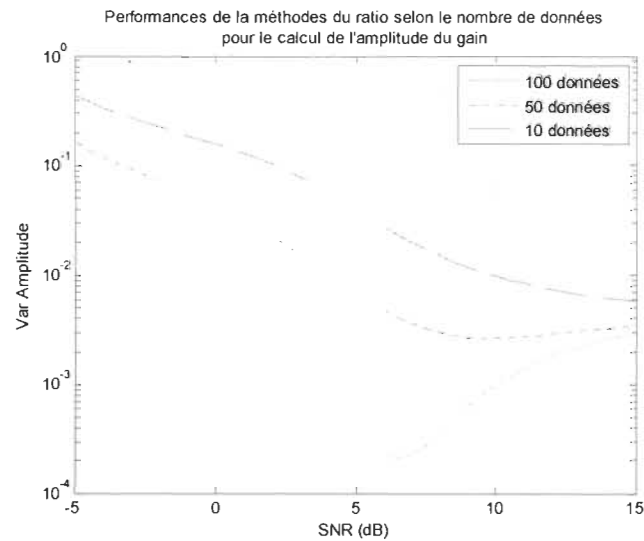


Figure 4-11 Performances de la méthode du ratio selon le nombre de données pour le calcul de l'amplitude du gain

Lorsque le SNR est faible, l'erreur sur l'amplitude diminue énormément avec le nombre de données. Pour un SNR élevé, le nombre de données a beaucoup moins d'effet. Cependant, dans le cas de l'estimateur utilisant la décision, cette relation est inversée. La raison est que le taux d'erreur ne change pas en augmentant le nombre de données. Ce phénomène est illustré à la figure 4-12. Pour la méthode basée sur de données connues, le gain apporté par le nombre de données est très régulier, comme montré à la figure 4-13.



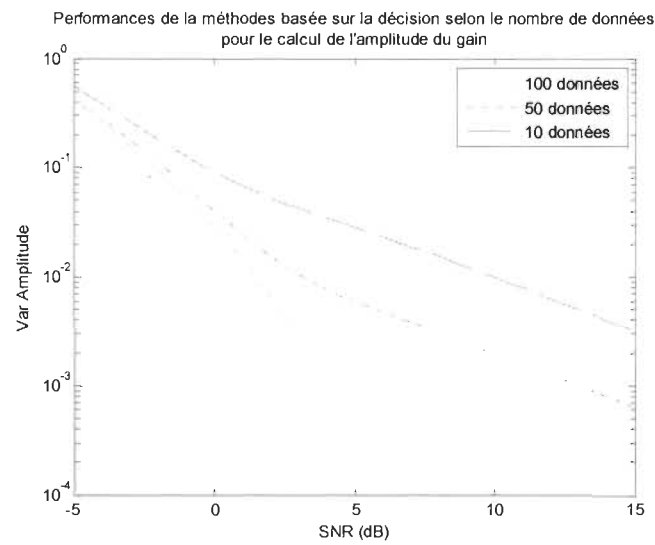


Figure 4-12 Performances de la méthode basée sur la décision selon le nombre de données pour le calcul de l'amplitude du gain

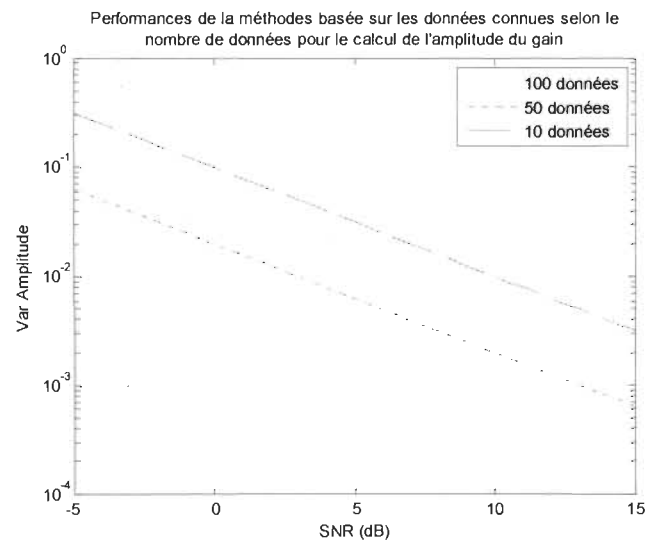


Figure 4-13 Performances de la méthode basée sur les données connues selon le nombre de données pour le calcul de l'amplitude du gain

Il aurait été intéressant de pouvoir comparer les performances des méthodes utilisant les décisions douces avec les méthodes d'estimation du SNR. Cependant, il est difficile de les comparer sur pied d'égalité puisque les performances utilisant les décisions douces dépendent de la variance de ces décisions.

### 4.3 Algorithme du module constant

Une alternative aux méthodes d'estimation du SNR lorsque le message est inconnu, est la déconvolution par algorithme du module constant (CMA). À partir du message déconvolué, deux opérations peuvent être effectuées :

- L'estimation du SNR du signal déconvolué à partir des méthodes déjà présentées
- L'estimation du canal à partir des données de décisions.

L'évaluation du SNR du signal déconvolué permet de produire des décisions douces qui peuvent être utilisées dans un décodeur. À partir des décisions douces du décodeur, on peut effectuer l'estimation du canal plus adéquatement.

La technique ne sera pas discutée ici, mais elle a été utilisée dans un système IDMA pour un article qui sera soumis bientôt et qui est à la fin du mémoire.

### 4.4 Ambiguïté de signe sur les canaux

Lorsqu'on utilise des méthodes autodidactes pour évaluer soit le SNR ou la réponse impulsionnelle, on se retrouve souvent avec une ambiguïté de signe. Par exemple, supposons un signal reçu :

$$r(n) = h(n) * x(n) \tag{4.31}$$

Le signal  $x$  est à priori inconnu. Par contre, un autre signal peut donner  $r(n)$  :

$$r(n) = (-h(n)) * (-x(n)) \quad (4.32)$$

Il se peut que les algorithmes autodidactes réussissent à trouver correctement  $h(n)$  et  $x(n)$ . Cependant, ces algorithmes auront autant de chance de trouver  $-h(n)$  et  $-x(n)$ . C'est ce qu'on appelle ambiguïté de signe

Dans cette section, on traite brièvement de méthodes simples pour gérer l'ambiguïté. Ensuite, une nouvelle approche basée sur l'asymétrie des codes convolutionnels est proposée. Finalement, une discussion sur la possibilité de généralisation de la nouvelle méthode est donnée.

#### 4.4.1 Méthodes habituelle pour lever l'ambiguïté

Une première méthode extrêmement simple pour lever l'ambiguïté est d'utiliser les différents signes des réponses impulsionnelles des blocs précédents. Évidemment, il se peut que le signe change en cours de route. C'est particulièrement le cas lorsque le signal devient très faible. Il faut alors traiter cet aspect différemment. Il est possible de traiter les changements de signes à l'aide d'algorithme de prédiction du canal. Cependant, même avec ce type d'algorithme sophistiqué, il demeure des situations où l'ambiguïté est difficile à traiter par cette approche.

Une seconde approche est d'utiliser un préfixe très court. Celui-ci n'est pas suffisant pour évaluer la réponse impulsionnelle, mais est capable de traiter l'ambiguïté de signe.

Une troisième approche utilise un codage différentiel. Même une petite partie du signal codé de cette manière peut être suffisante. Par exemple, un code de type Turbo, avec une

concaténation parallèle d'un encodage différentiel avec d'autres encodages permettrait de lever cette ambiguïté.

#### 4.4.2 Utilisation du codage convolutionnel

On apporte ici une nouvelle approche pour lever une ambiguïté : l'utilisation du code convolutionnel. Les codes convolutionnels ne sont généralement pas symétriques par rapport au signe. C'est-à-dire que si un mot de code  $x$  existe, le code  $-x$  est inexistant. Par exemple, le mot  $(0,0,0,0,\dots)$  existe pour tous les codes convolutionnels. Cependant, le mot  $(1,1,1,1,\dots)$  est généralement inexistant.

Pour lever l'ambiguïté, on propose donc de décoder le code convolutionnel selon toutes les possibilités d'ambiguïté. Pour le cas de BPSK, avec deux possibilités, on décodera donc deux fois le code convolutionnel.

On montre ici les performances de cette méthode pour lever les ambiguïtés. On commence par montrer, à la figure 4-14 que les performances dépendent du SNR et du nombre de données dans le bloc. On voit que lorsque le nombre de données est limité, les performances sont rapidement réduites. Cependant, avec un bon nombre de données, il est possible de lever l'ambiguïté efficacement avec un SNR de moins de 0 dB. On note également qu'il y a un coude prononcé. Lorsque le SNR diminue en bas du coude, les performances se détériorent rapidement. Il est intéressant de constater qu'avec un SNR de 0dB, il est possible d'avoir des performances intéressantes puisque sous 0dB, le décodage du code convolutionnel n'améliore pas vraiment la variance du signal estimé. Il est donc possible, avec peu de pertes, de ne pas décoder le code convolutionnel lorsque l'interférence est forte et d'utiliser seulement le signal après désétalement pour annulation.

L'effet de l'ambiguïté de signe n'a pas d'effet pour le simple étalement dans le processus d'annulation d'interférence puisque les signes du canal et du signal sont liés. Dans la figure 4-15, la longueur est variée. On remarque que le code (2,1,2) a de bien meilleures performances que les codes (2,1,3) et (2,1,5) utilisés. Il faut remarqué que le code (2,1,2) est nécessairement systématique. Les autres codes peuvent ne pas l'être. La morale de l'histoire est que les performances varient d'un code à l'autre. Cependant, tous ces codes ont des performances raisonnables autour de 0dB et ont donc des performances similaires à toutes fins utiles.

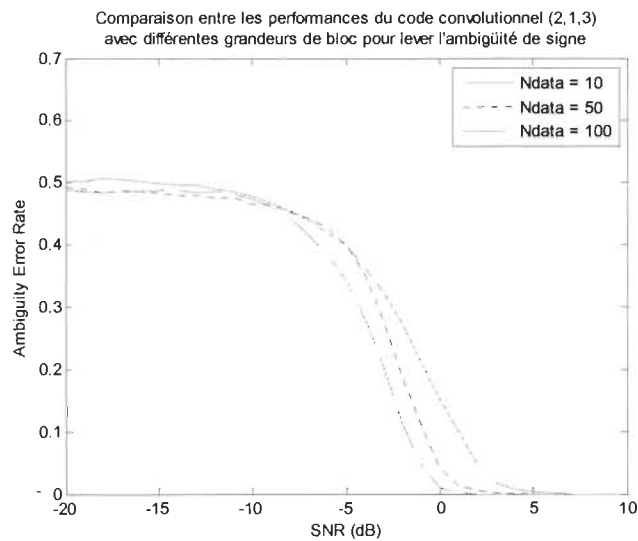


Figure 4-14 Comparaison entre les performances du code convolutionnel (2,1,3) avec différentes grandeur de blocs pour lever l'ambiguïté de signe

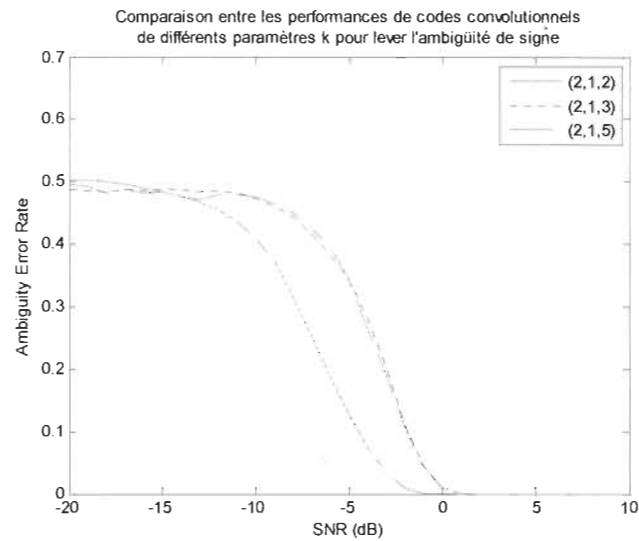


Figure 4-15 Comparaison entre les performances de codes convolutionnels de différentes longueur de contrainte pour lever l'ambiguïté de signe

#### 4.4.3 Cas modulation complexe

Dans le cas de modulations complexes, il y a plus de possibilités d'ambiguïté. Pour le QPSK à un seul chemin (seulement un déphasage), le signal décodé a 2 possibilités de signes pour la partie en phase et 2 pour la partie en quadrature, pour 4 combinaisons de signes. Au niveau du canal estimé, il y a donc une ambiguïté de phase, où 4 phases sont possibles. Une méthode basée sur l'asymétrie des codes convolutionnels similaire à celle présentée pour le BPSK pourrait être développée aussi pour le QPSK. Il y a différentes approches possibles dépendamment de la manière dont les données sont réparties sur les symboles :

- Dans le cas où les parties en phase et en quadratures sont composés de blocs de données séparés, les deux parties peuvent être traitées séparément comme deux signaux BPSK

- Dans le cas où les parties en phase et en quadratures sont composés d'un même bloc de données ou que le mappage est fait avant le codage, il faut tester les 4 combinaisons et retenir celle ayant les meilleures performances.

Il serait même possible de généraliser pour les M-PSK. Cependant, la complexité augmente due aux M possibilités de déphasage et à la possibilité d'inversion du sens dû à une réflexion.

## **Chapitre 5 - Retour de décision et prédiction de canal appliqués à l'IDMA**

Une approche pour éliminer la nécessité d'employer des pilotes pour obtenir les CSI est d'utiliser les CSI du bloc de données précédentes. Si le canal ne change pas trop vite, les CSI seront semblables au prochain bloc et l'erreur sera petite. On propose donc ici d'appliquer le retour de décision à l'IDMA.

Cependant, lorsque le canal change trop rapidement, l'erreur engendrée par l'utilisation de CSI du bloc précédent est trop grande. Pour pallier à ce problème, l'utilisation de méthodes de prédiction de canal permet d'obtenir une meilleure estimation des CSI. Aussi, de ces méthodes, il est possible d'interpoler une réponse impulsionnelle variant dans le temps.

Les principales contributions apportées dans cette section sont :

- La décomposition de l'erreur du retour de décision en erreur d'estimation et de prédiction
- Le calcul de la variance de l'erreur causée par l'utilisation du retour de décision selon le temps
- Le calcul de l'impact de l'utilisation de la réponse impulsionnelle moyenne sur un bloc de données lorsque le canal est variant dans le temps
- L'application de méthodes de prédiction pour obtenir des réponses impulsionnelles variant dans le temps pour l'IDMA. Contrairement à beaucoup de méthodes, il est



connu que l'IDMA tire avantage aisément de la diversité temporelle. Cependant, il est difficile de faire l'identification de réponses impulsionnelles variant dans le temps. Les méthodes de prédictions ont alors un double avantage en permettant d'éviter l'utilisation de pilotes tout en obtenant des CSI variant dans le temps.

## 5.1 Retour de décision

On montrera premièrement que l'erreur sur les CSI lors de l'application du retour de décision peut être décomposée en erreur sur l'estimation et une erreur fonction du temps. Ensuite, on observera une condition pour considérer les canaux comme étant quasi statiques sur un bloc de données. Cette hypothèse permet de supposer que les CSI à l'instant du milieu du bloc représentent adéquatement les CSI de tout le bloc de données. Puis, l'erreur selon la durée des blocs sera donnée. Finalement, on verra comment l'IDMA peut tenir compte de ces erreurs.

### 5.1.1 Décomposition de l'erreur du retour de décision

L'erreur sur le retour de décision est causée par deux effets : une erreur provient de l'estimé des canaux et l'autre provient de la variation dans le temps. Dans le cas où l'estimation du canal est sans biais, on peut écrire la variance de l'estimé du canal prédit par le retour de décision comme la somme de ces sources d'erreurs :

$$\sigma_{eh}^2(\tau) = \sigma_{est}^2 + \sigma_{\tau}^2(\tau) \quad (5.1)$$

Lors de la section sur l'estimation du canal, on a traité la variance de l'estimé. Dans cette section, on détaille la variance causée par la variation temporelle du canal.

### 5.1.2 *Modèle du canal variant dans le temps pour le retour de décision*

On peut classer les effets variant dans le temps sur le canal comme statistiques sur le long terme et statistiques sur le court terme. Dans l'application du retour de décision, on s'intéresse surtout sur les statistiques sur le court terme et on considère les statistiques sur le long terme comme étant connues.

### 5.1.3 *Temps de corrélation*

Une donnée souvent utilisée lorsque le canal est variant dans le temps est le temps de corrélation. Le temps de corrélation peut se définir par :

$$E[h_l(n)h_l(n + \tau)^*] = 0 \quad (5.2)$$

On peut démontrer que le temps de corrélation d'un canal variant dans le temps est au minimum (démonstration à l'annexe K) :

$$\tau = 1 / \left( 4 \frac{f_c}{c} v \right) \quad (5.3)$$

Cette donnée peut être utilisée pour valider l'approximation que le canal est quasi statique pour la durée d'un bloc de données. L'approximation est valable si la durée du bloc est de beaucoup inférieurs au temps de corrélation. Quoique très utile cette donnée ne permet de quantifier la variance de l'erreur selon le temps. On doit donc développer d'autres relations.

### 5.1.4 *Variance de l'erreur selon le temps*

Sous hypothèse de canal quasi statique, l'erreur causée par le temps sur le gain d'un *tap* est définie par :

$$e_{\tau}(\tau) = h_l(n) - h_l(n + \tau) \quad (5.4)$$

Cette erreur est de moyenne nulle et de variance :

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) = E[e_{\tau}(\tau)e_{\tau}^*(\tau)] \quad (5.5)$$

Le développement de cette variance permet d'arriver à l'approximation suivante (voir annexe L):

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) < 4\pi \left( \frac{f_c}{c} v\tau \right)^2 \sigma_h^2 \quad (5.6)$$

Comme le montre la figure 5-1, l'approximation est très proche de la réalité.

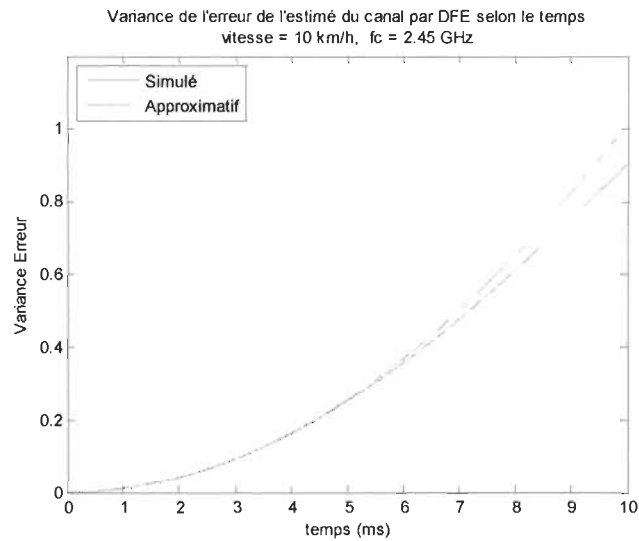


Figure 5-1 Variance de l'erreur de l'estimé du canal par le retour de décision selon le temps

Le retour de décision est utile lorsque la variance de l'erreur est faible et l'approximation est presque exacte dans ce cas. Aussi, lorsque l'erreur entre la valeur approximative et simulée augmente, l'hypothèse de canal quasi statique ne tient plus.

La figure 5-2 montre la suite de la variance approximative et simulée selon le temps.

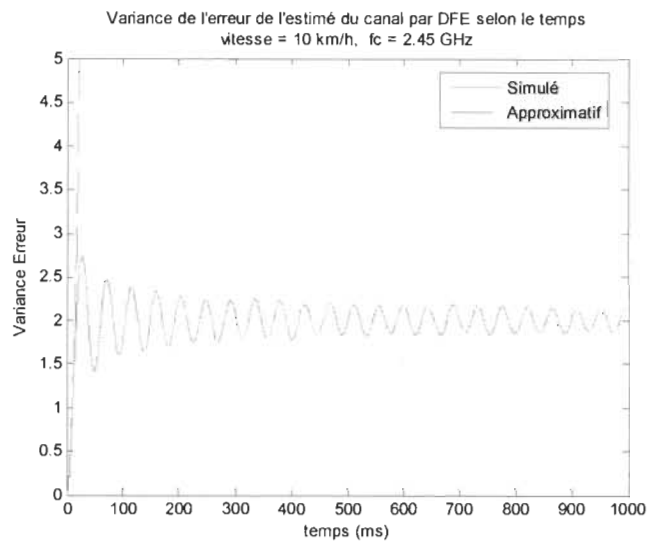


Figure 5-2 Variance de l'erreur de l'estimé du canal par le retour de décision selon le temps à long terme

On remarque que les deux courbes divergent. Cependant, la variance exacte (simulée) tend vers le double de la variance même du canal. Le retour de décision donne donc une estimation pire que de supposer le canal égal à sa moyenne (moyenne qui est nulle).

Notons que cette variance est indépendante du nombre de chemins dont est constituée chaque *tap*. Cependant, la distribution de cette erreur varie selon le nombre de chemins. La figure 5-3 montre l'histogramme de la partie de l'erreur après 1 ms pour une vitesse de 10 km/h et une fréquence porteuse de 2.45 GHz sur 500000 essais. La distribution est loin d'être normale. Cependant, lorsque le nombre de chemins est grand, l'erreur tend à avoir une distribution normale, à cause du théorème central limite, comme montré par la figure 5-4, qui reprend les mêmes paramètres, mais cette fois avec 16 chemins.

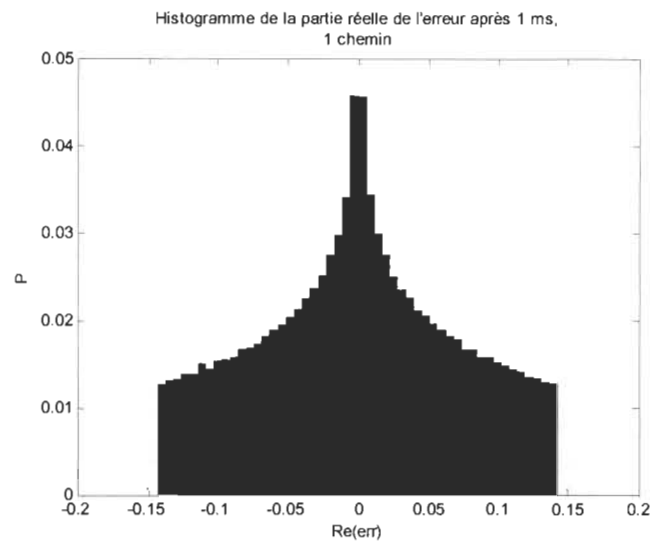


Figure 5-3 Histogramme de la partie réelle de l'erreur avec 1 seul chemin

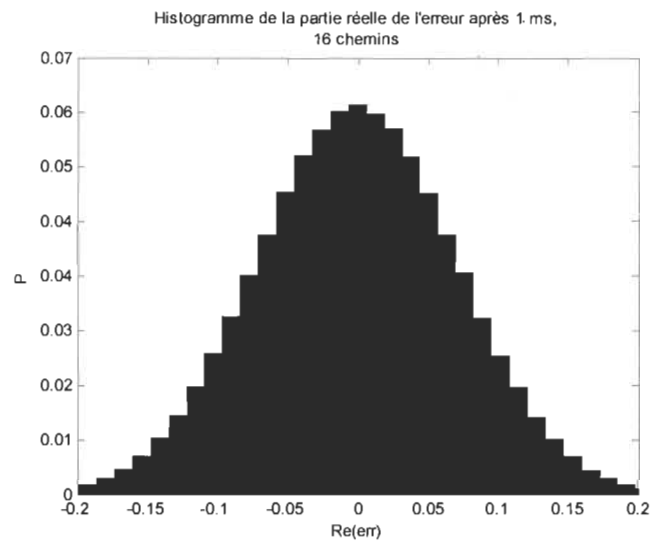


Figure 5-4 Histogramme de la partie réelle de l'erreur avec 16 chemins

### 5.1.5 Variance sur le canal causée par l'utilisation de la moyenne

Le temps de corrélation ne permet pas de déterminer quel est l'impact de la variation temporelle de la réponse impulsionnelle lorsque sa valeur moyenne est utilisée. L'impact

total dépend de la somme des incertitudes de tous les *taps* de tous les usagers. On cherche donc ici à calculer la variance de de l'erreur causée par l'utilisation d'une moyenne de la réponse impulsionnelle.

Deux contextes de l'utilisation de la moyenne sont considérés :

- La moyenne de la réponse impulsionnelle est celle du bloc présent obtenu soit
  - Par un estimateur
  - Par un prédicteur sans biais
- La moyenne de la réponse impulsionnelle est celle du bloc précédent, obtenu par un retour de décision.

Dans l'annexe M, on montre que la variance de l'erreur  $e_h^2$  causée par l'utilisation d'une moyenne de la réponse impulsionnelle sur le bloc actuel est une fonction de la fréquence de la porteuse, de la vitesse et de la durée du bloc et est approximée par :

$$\gamma \approx 1 - \frac{1}{3} \left( \pi \frac{f_c}{c} v T_{bloc} \right)^2 \quad (5.7)$$

$$e_h^2 \approx (1 - \gamma^2) \sigma_h^2 \quad (5.8)$$

Le graphique de la figure 5-5 montre la relation entre l'approximation et la valeur réelle selon la durée du bloc :

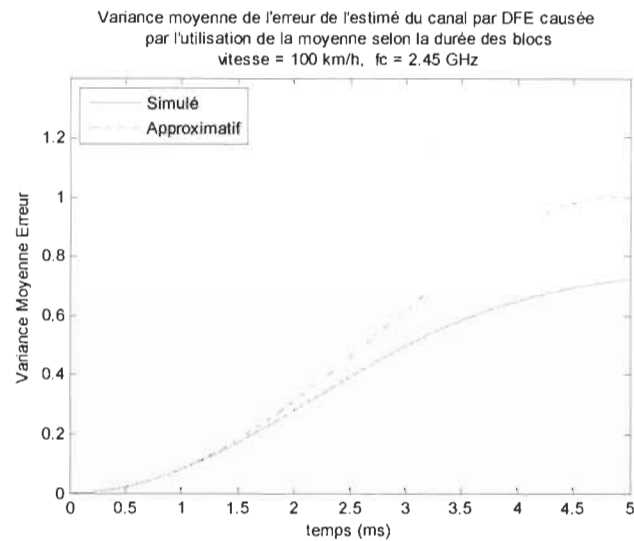


Figure 5-5 Variance moyenne de l'erreur de l'estimé du canal par retour de décision causée par l'utilisation de la moyenne selon la durée des blocs

L'approximation suit bien les résultats de simulation lorsque l'effet est faible et donc que le système est utile. Aussi, l'approximation surestime la variance. C'est donc une approximation qui est applicable lors d'un design.

Le calcul de la variance causée par l'utilisation de la moyenne sur le bloc de données donne une variance moyenne. En fait, la variance n'est pas constante dans le bloc de données. Par exemple, au centre du bloc, la réponse impulsionnelle est généralement près de la réponse impulsionnelle moyenne. Cependant, plus on s'éloigne du centre, plus la différence augmente. Aussi, plus le canal a le temps de changer, plus la variance obtenue sera grande partout. La figure 5-6 montre cette relation :

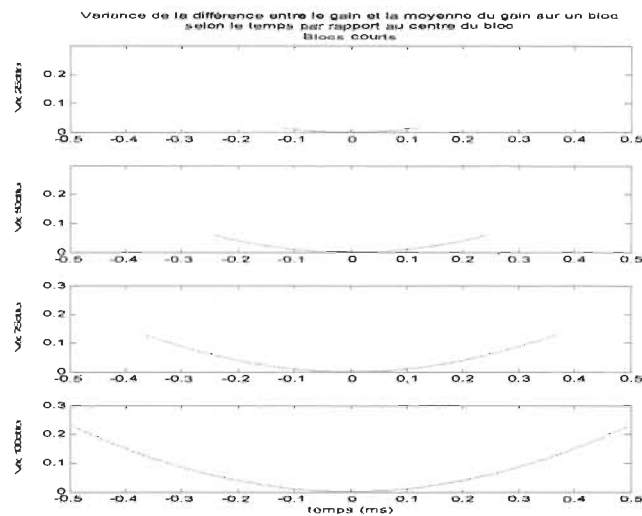


Figure 5-6 Variance de la différence entre le gain et la moyenne du gain sur un bloc selon le temps par rapport au centre du bloc pour des blocs courts

On peut voir que la variance au centre du bloc de données est très faible pour tous les cas présentés. Cette erreur au centre augmente avec la taille du bloc. Cependant, on peut aussi montrer que proportionnellement à la variance totale, l'erreur au centre est négligeable lorsque la variance totale est raisonnable. La figure 5-7 montre que lorsque la variance du canal ne dépasse pas 0.2 (pour un gain moyen de variance unitaire), la variance au centre est inférieure à 10% de la variance totale.

Notons que lorsque la durée des blocs augmente, la variance au centre n'est plus négligeable. Cependant, la moyenne ne peut simplement plus être considérée comme modèle. La figure 5-8 montre cet aspect.



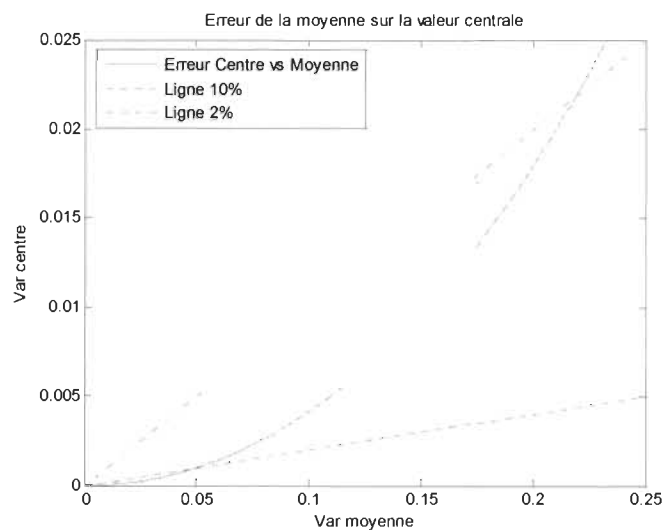


Figure 5-7 Erreur de la moyenne sur la valeur centrale

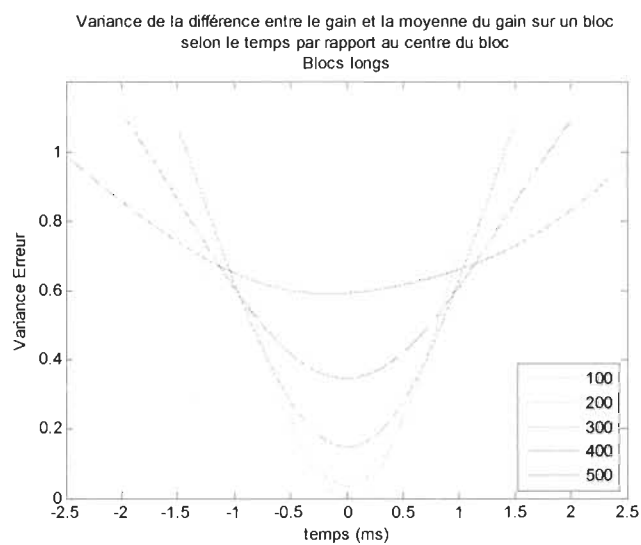


Figure 5-8 Variance de la différence entre le gain et la moyenne du gain sur un bloc selon le temps par rapport au centre du bloc pour des blocs longs

Voici donc comment les résultats présentés doivent être utilisés selon le contexte :

- Dans le cas où la moyenne de la réponse impulsionnelle est celle du bloc présent, si la variance totale est non négligeable, il faut utiliser une variance variant dans le temps telle que :

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) = 4\pi \left( \frac{f_c}{c} v \left| \tau - \frac{T_{bloc}}{2} \right| \right)^2 \sigma_h^2 \quad (5.9)$$

avec  $\tau$  le temps de l'échantillon par rapport au début du bloc.

- Dans le cas où la moyenne de la réponse impulsionnelle est celle du bloc précédent on utilisera plutôt la variance variant dans le temps suivante :

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) = 4\pi \left( \frac{f_c}{c} v \left( \tau + \frac{T_{bloc}}{2} \right) \right)^2 \sigma_h^2 \quad (5.10)$$

Dans les deux cas, on a supposé que la différence entre l'erreur entre le gain et la moyenne du gain est nulle au centre du bloc.

L'utilisation de variance variant dans le temps dans l'IDMA nécessite une modification triviale par rapport au système de [Ping06]. Par contre dans les simulations, on considèrera plutôt une valeur moyenne de la variance de l'erreur afin de garder une certaine simplicité.

## 5.2 Prédiction de canal et fonction variant dans le temps

Le retour de décision peut être grandement amélioré en utilisant des techniques de prédiction de canal. On traite dans cette section du principe de la prédiction de canal appliquée à l'IDMA, des implications et de certaines problématiques de manière générale et apporte certaines perspectives de développement.

### 5.2.1 *Modèles simplifiés de canaux variant dans le temps*

Plusieurs modèles simplifiés sont utilisés pour effectuer l'estimation de canal et la prédiction. [Duel-Hallen07] en discute trois en particulier :

- Les modèles autorégressifs (AR)
- Les modèles de type « somme de sinusoïdes » (SOS pour sum-of-sinusoids) comme le modèle de Jakes
- Les processus à bande limitée.

### 5.2.2 *Méthodes de prédictions dans la littérature*

[Duel-Hallen07] inclut aussi une revue de différentes méthodes existantes utilisées pour l'estimation/prédiction :

- Haute résolution
  - o ESPRIT [Andersen99] [Dong01] [Vanderpypen07] [Ypen07] [Wong08]
  - o Root-MUSIC [Hwang98]
- Moindres carrés
  - o Burg [Semmelrodt03] [Wong05] [Baddour06]
  - o Covariance modifiée [Semmelrodt03]
- Adaptative
  - o LMS, RLS, QR-RLS, APA
  - o Kalman [Heidari10]
- MARS [Ekman99]

Aussi, d'autres méthodes sont proposées ailleurs. Par exemple :

- Réseaux de neurones [Gao97][Ardalani08] [Liu06]

- Ondelettes [Long08]

Il est à noter que la plupart du temps, la prédiction de canal est employée dans le but de fournir les informations sur l'état du canal (CSI pour *channel states information*) à des méthodes de transmissions de manière adaptative (*Adaptive transmission methods*) et non pour améliorer la poursuite.

Dans deux rapport techniques [Caza-Szoka11a] [Caza-Szoka11b]), deux méthodes, une basée sur la méthode ESPRIT et l'autre sur les processus ARMA sont appliquées pour l'amélioration du retour de décision en contexte d'IDMA. [Caza-Szoka11a] montre des résultats de simulation des performances de l'approche.

Des techniques de prédictions de canal peuvent être appliquées pour différents phénomènes. On peut entre autres chercher à prédire le *shadowing* ou faire des prédictions à petites échelle. Ici, ce sont les variations à petite échelle qu'on cherche à prédire. On suppose même que les stratégies d'allocation de ressources gèrent la puissance par rapport aux phénomènes de plus grande échelle.

Les techniques de prédiction de canal ont été d'abord développées pour fins de gestion de puissance. Par exemple, [Andersen99] cherche le prochain passage par zéro, afin de ne pas envoyer de données pendant ce temps. Aussi, les stratégies d'allocation de ressources peuvent être grandement améliorées avec la connaissance de l'état futur des canaux.

Cependant, pour l'amélioration du retour de décision, ces méthodes n'ont pas été appliquées. Lorsque les données ne sont pas par bloc, la variation de canal d'une donnée à l'autre est généralement négligeable et les méthodes de prédiction évoluées deviennent impertinentes. Souvent, une simple moyenne mobile, une moyenne exponentielle, ou à la

rigueur une moyenne exponentielle avec une prédiction linéaire sont suffisantes. Lorsque les données sont regroupées par bloc, la variation devient plus importante. Cependant, pour pouvoir prédire le canal pour une large plage de données, il faut souvent plusieurs paramètres et il faut qu'ils soient précis. Pour identifier ces paramètres, il faut beaucoup de données, peu de bruit (parfois au-delà de 80dB [Duel-Hallen07]), et beaucoup de calculs.

Dans un contexte multiusager, même après annulation d'interférence, il demeure peu probable que l'interférence et le bruit soient faibles. Aussi, l'identification des paramètres peut poser des problèmes numériques, même à bruit très faible, même avec une arithmétique flottante à 32 bits.

Notons de passage que malgré que ces méthodes aient une complexité souvent importante, elles ont une double utilité. De toute manière, pour des systèmes variant fortement dans le temps, il est important d'utiliser une allocation de ressource efficace et la prédiction de canal peut améliorer grandement cet aspect.

### 5.2.3 *Prédiction de la moyenne*

Afin de réduire les problèmes numériques, une possibilité est de prédire la moyenne du gain du canal sur un bloc à partir de la moyenne des blocs précédents. Premièrement, l'estimé de la moyenne peut être relativement précis sur des blocs contenant plusieurs données, ce qui permet d'obtenir un bon SNR. Deuxièmement, l'étendu de la prédiction nécessaire devient réduite, pour l'instant, à une seule donnée. Troisièmement, le nombre de paramètres et de données nécessaires pour produire une prédiction pour le bloc suivant est de beaucoup inférieur ce qui réduit la complexité et la difficulté numérique.

Un problème survient par contre avec cette approche : lorsque la prédiction de canal est utile, les fonctions varient fortement dans le temps. L'utilisation de la moyenne ne devient donc plus satisfaisante pour le décodage du bloc.

#### *5.2.4 Prédiction du gain variant dans le temps*

À partir des moyennes du gain de chaque bloc de données, il est possible de déduire un gain variant dans le temps en interpolant. Une première possibilité est de faire une interpolation linéaire. Par contre, cette interpolation ne donne de bons résultats que si les données varient lentement. Un spline cubique serait une approche plus efficace de même que l'interpolation idéale (avec l'usage de la fonction sinc). C'est cette dernière qui a été considérée.

Un premier aspect important dans ce type d'interpolation est la fréquence d'échantillonnage qui doit être supérieure à la fréquence de Nyquist. Donc, il est nécessaire que la taille des blocs, en incluant tout intervalle de temps entre les blocs, soit inférieure à la limite imposée par Nyquist.

Un second aspect nécessaire est le calcul de la prédiction des moyennes de plusieurs blocs. En effet, l'interpolation a besoin de plusieurs données avant et plusieurs données après. Dans le cas de l'interpolation idéale, on aurait théoriquement besoin d'une infinité de prédiction, et même d'une infinité de blocs avant. En pratique, cependant, seule quelques prédictions sont réellement nécessaires.

Un troisième aspect est que l'estimation des moyennes de gain est bien plus précise après l'annulation d'interférence. Ce sont donc les valeurs après l'annulation qui sont considérées.

La précision de l'interpolation peut se déduire à partir de la précision des différents points. En effet, l'interpolation est une somme pondérée des gains moyens des blocs passés et prédits. Cependant, il faut noter que les erreurs sur les différents blocs en prédiction ont une certaine corrélation. Cette corrélation est négligée en première approximation.

Notons qu'après chaque détection de signaux, un estimé du canal peut être produit. Cela laisse alors envisager qu'il est possible de corriger les prédictions à l'aide des nouvelles informations. Il est donc possible de raffiner à chaque étape de l'annulation d'interférence la connaissance du canal.

La précision de l'interpolation, qui est une prédiction, peut aussi s'évaluer en comparant la prédiction et la valeur après annulation d'interférence. En supposant que l'erreur après annulation d'interférence est très faible par rapport à l'erreur de prédiction, on peut effectuer une moyenne mobile ou un lissage exponentiel de l'erreur carré de l'erreur de prédiction.

Évidemment, recalculer la prédiction étant donné la nouvelle information à chaque itération risque d'être très lourd en calcul et de plus, n'est d'aucune utilité au niveau gestion de ressources. Aussi, l'information étant bruitée fortement, la précision ne sera pas nécessairement meilleure après la nouvelle information. Par exemple, dans les deux méthodes présentées plus bas, l'une tire avantage d'une donnée nouvelle, même fortement bruitée, tandis que l'autre pourra subir une détérioration. La méthode ARMA, acceptant une pondération de l'information selon le bruit de mesure n'aura pas de détérioration (statistiquement parlant). La méthode ESPRIT sera quant à elle possiblement très affectée. La méthode, considérant un sous espace vectoriel, est soit très peu affectée ou soit fortement affectée.

### 5.2.5 *Correction de la prédiction par la moyenne*

Le résultat de l'interpolation de la moyenne des gains est l'équivalent de la fonction du gain sur lequel est appliquée une moyenne mobile, de taille d'un bloc de données. Étant un passe bas, il y a peu d'impact lorsque la variation des canaux est lente. Cependant, lorsque la variation augmente, l'effet peut engendrer une erreur significative. Il est alors possible d'apporter une correction. On utilise donc un filtre pour inverser l'effet de la moyenne mobile. Étant donné que le bruit est considéré faible, une inversion directe est possible. Cependant, dans le cas où le bruit est trop grand, un filtre tenant compte du bruit par un terme de régulation serait plus approprié. Il est à noter qu'il est possible de faire cette correction de manière intégrée soit dans la méthode de prédiction ou encore dans la méthode d'interpolation, ce qui réduit la complexité.

### 5.2.6 *Canaux à interférence inter symboles*

Dans le cas où les canaux ont une mémoire, chaque élément de la réponse impulsionnelle peut être considéré indépendamment. C'est une hypothèse réaliste. Une difficulté est de déterminer la longueur de la réponse impulsionnelle considérée. D'un côté, une réponse trop courte supposera qu'une partie importante du signal est en fait un bruit nuisible. De plus, ce bruit aura une certaine corrélation (non blanc). Heureusement, dû aux entrelaceurs au niveau des bribes, ce bruit n'aura pas trop d'impact. De l'autre côté, une réponse trop longue aura pour effet de considérer des statistiques inexistantes. Cela aura un effet équivalent à l'ajout d'un bruit, réduisant d'un côté la certitude sur les données initialement et, lors du processus d'annulation d'interférence, annuler des signaux inexistant, augmentant ainsi artificiellement l'interférence.



### 5.2.7 Causes d'erreur d'estimation de la moyenne

Généralement en faisant l'estimation de canal avec des données bien décodées, il reste une petite erreur qui découle du bruit blanc et de l'interférence non annulée. L'interférence non-annulée peut avoir plusieurs explications :

- La certitude sur les valeurs n'est pas complète. Les signaux ne sont donc pas complètement annulés ;
- Il y a des erreurs d'estimation de canal pour les usagers interférant ;
- Il y a erreur de décodage. Le mauvais signal est annulé. Non-seulement l'interférence n'est pas retirée, mais elle est amplifiée (possiblement doublée).

Dans tous ces cas, à cause des entrelaceurs, cette erreur est d'apparence blanche. L'application de la moyenne sur le bloc aura pour effet d'atténuer ces effets et plus les blocs sont de grande taille, plus ces effets seront réduits.

Une autre cause d'erreur sur l'estimation de la moyenne du gain du canal est le mauvais décodage du signal utilisé pour l'estimé. Ces erreurs ont un impact majeur sur l'estimation. Les erreurs auront tendance à atténuer la valeur du canal. Lorsque le taux d'erreur est de 50%, la moyenne estimée sera de moyenne nulle, avec une variance liée aux bruit et interférences. Notons qu'il peut être difficile de déterminer la variance de l'estimé lorsqu'il y a des erreurs de décodage, à moins qu'un estimé du taux d'erreur soit connu. Dans ce cas, il serait aussi possible de corriger l'estimé. Par exemple, sachant que le taux d'erreur estimé est de 10%, il faut multiplier le gain estimé par 20%. Évidemment, les estimés de taux d'erreur sont eux-mêmes approximatifs. De plus, l'erreur totale peut être augmentée, puisque les interférences aussi sont multipliées.

Dans l'IDMA, lorsque le système fonctionne près de sa capacité limite, s'il y a des erreurs restantes à la fin, c'est souvent que le décodage a divergé. Le taux d'erreur est alors souvent très haut, par exemple autour de 30%. De plus, à cause de l'annulation d'interférence qui devient déficient, le taux d'erreur de tous les usagers devient haut en même temps. Il est peu probable de pouvoir effectuer un bon estimé du canal dans ce cas. Aussi, les corrections ne sont plus possibles. Alors, il est préférable d'omettre d'utiliser la donnée dans les calculs de prédiction. Dans certaines méthodes, il est aisé d'omettre une nouvelle donnée. Lors d'une moyenne mobile ou d'un lissage exponentiel, il s'agit simplement de ne pas mettre à jour la valeur. Pour les méthodes décrites dans ce mémoire, il faut utiliser des stratégies différentes :

- Pour la méthode ESPRIT, il est préférable d'utiliser la valeur prédite avant décodage. Il n'est pas aisé de laisser des trous dans les données pour cette méthode. L'utilisation de la valeur prédite pour combler ce trou donne un peu trop d'importance à l'information contenue dans les données précédentes, mais permet néanmoins une nette amélioration par rapport à l'estimé calculé.
- Pour la méthode ARMA, il s'agit simplement de supposer que le bruit de mesure est très grand à l'instant où l'estimé est erroné. La solution demeurera optimale étant donné l'information déjà recueillie. Une solution alternative serait d'utiliser la valeur de prédiction comme entrée.

Évidemment, il ne faut pas qu'il y ait trop de blocs consécutifs sans apport d'information de qualité, sans quoi les prédictions seront de piètre qualité.

Dans un système bien conçu, il est rare que le taux d'erreur sur les blocs de données soit supérieur à 10%. Aussi, il y a généralement des méthodes pour détecter la présence

d'erreur. Par exemple, on peut utiliser les codes de type CRC. Aussi, il est possible d'utiliser les LLRs pour déterminer la probabilité de présence d'erreur. On peut donc éliminer la plupart des blocs qui incluent des erreurs.

### 5.2.8 *Comparaison entre les méthodes ESPRIT et ARMA*

Une comparaison formelle n'a pas été effectuée entre les méthodes ESPRIT et ARMA, la méthode ARMA n'ayant pas été simulée. Cependant, on peut dire que le fait que la méthode ESPRIT soit une méthode basée sur la sélection d'un sous espace pose problème. Il n'est en effet pas évident de déterminer la bonne taille du sous espace et la méthode est sensible à ce paramètre. Les résultats ont tendance à être soit très bons ou très mauvais. Du côté du modèle ARMA, on s'attend plutôt à des erreurs de distribution plutôt gaussiennes, avec moins d'aberrations. Ainsi, les performances devraient être plus prévisibles et permet un design de système plus aisé. Aussi, on espère avoir un système plus stable.

### 5.2.9 *Note sur l'utilisation du RLS pour la prédiction de canal*

La méthode du RLS a été une des premières à être testée pour la prédiction de canal. Cependant, cette méthode est très sensible au bruit d'estimation. Il faut en effet environs 80 dB pour avoir de bons résultats, ce qui n'est pas réaliste dans le cadre d'un système multiusager sur canaux variant dans le temps. De plus, elle considère indirectement le bruit comme approximativement constant d'un échantillon à l'autre. Elle est donc très sensible aux évanouissements de canaux, contrairement aux méthodes développées avec le filtre de Kalman.

#### *5.2.10 Prise en compte de l'effet de l'incertitude sur les canaux*

La prise en compte de l'effet de l'incertitude n'a pas été appliquée aux systèmes avec prédiction de canal. Cependant, il est évident qu'on peut s'attendre à des améliorations similaires au cas du retour de décision. Aussi, l'approximation des fonctions variant dans le temps par la moyenne seraient améliorée grandement par l'utilisation d'une variance supplémentaire due à l'erreur de modèle. Cette variance pourrait être répartie uniformément sur le bloc entier, ou de manière à supposer plus de précision au centre du bloc qu'au bord du bloc.

#### *5.2.11 Prédiction de canal et OFDM*

La prédiction de canal n'a pas été appliquée à l'OFDM dans ce mémoire. Cependant, il y a des méthodes à ce sujet dans la littérature. [Lei08] applique la prédiction de canal à l'OFDM, mais dans un contexte de saut en fréquence. Dans ce cas, même si les canaux varient très lentement, entre chaque utilisation d'une même fréquence, le canal peut changer fortement.

Cependant, dans le cas où des blocs consécutifs sont étudiés, s'il y a matière à utiliser la prédiction de canal, c'est probablement un contexte dans lequel l'OFDM devient peu efficace. En effet, même si l'OFDM traite aisément les ISI, il n'est pas efficace dans le cadre de canaux variant dans le temps : il se produit un étalement fréquentiel dû à l'effet doppler qui devient plus important au fur et à mesure que la variation temporelle du canal augmente.

### *5.2.12 Prédiction de canal et MIMO*

Des méthodes de prédictions adaptées pour les systèmes MIMO se retrouvent dans la littérature. Bien que chaque lien entre chaque antenne puisse être considéré comme un canal SISO, il est avantageux de considérer le système MIMO comme un ensemble [Palleit12].

### *5.2.13 Application aux méthodes semi-autodidactes (avec pilotes)*

Les méthodes de prédiction de canal ont été considérées pour améliorer le retour de décision. Cependant, ces méthodes pourraient aussi s'appliquer à améliorer les estimés des canaux lorsque des pilotes sont inclus. Les estimés lors des premières itérations d'annulation d'interférence sont généralement fortement bruitées. Aussi, le décodage lors des premières itérations est souvent un facteur limitant aux performances de l'IDMA. On peut donc combiner la prédiction et l'estimé à partir des pilotes et les combiner par MRC pour améliorer les performances de l'IDMA.

## **Chapitre 6 - Travaux futurs**

Au travers des travaux effectués, plusieurs contributions ont été apportées. Premièrement, on a défini comment traiter l'incertitude sur les canaux dans un système IDMA. Évidemment, il est nécessaire de pouvoir fournir les valeurs d'incertitudes, ce qui peut être ardu comme montré dans ce mémoire. Cependant, au niveau design, il est possible de surestimer ces valeurs et ainsi obtenir des performances minimales prévisibles. Deuxièmement, un décodeur convolutionnel à entrée et sortie douce a été programmé en Matlab et peut être utilisé par le laboratoire LMST, indépendamment de l'IDMA. Troisièmement, des méthodes d'estimation sans pilotes ont été adaptées pour l'IDMA. Particulièrement, une méthode permettant l'utilisation des valeurs de décision douces uniquement a été étudiée et les performances ont été évaluées tant analytiquement que par simulation. Quatrièmement, l'erreur causée par l'utilisation de CSI provenant d'un retour de décision a été aussi évalué analytiquement et par simulation. Finalement, l'utilisation des algorithmes de prédiction de canal pour l'obtention de CSI variant dans le temps pour l'IDMA a été étudiée.

En plus des travaux présentés dans le mémoire, un système MIMO-OFDM-IDMA a été développé et programmé dans Matlab. Le développement des équations a été mis dans l'annexe O. L'étude des performances du système, incluant l'effet de l'erreur sur les CSI, est laissée comme travaux futurs.

Du côté de la prédiction de canal, un potentiel immense a été montré par l'utilisation de la méthode ESPRIT [Caza-Szoka11a]. Par contre, comme mentionné dans ce mémoire, cette méthode est délicate et le développement d'une méthode basée sur les processus ARMA a été réalisé dans [Caza-Szoka11b]. Le document donne toutes les équations nécessaires pour appliquer la prédiction de canal et l'obtention de fonctions variant dans le temps. La programmation de ces équations et leur utilisation dans le cadre d'un système IDMA sont laissés en travaux futurs. Notons que les équations développées peuvent être utilisés en dehors des systèmes IDMA. Ils ne sont pas adaptés aux systèmes OFDM, mais l'usage de l'OFDM dans le cadre de canaux variant rapidement dans le temps est un choix discutable. Il est plus pertinent de considérer l'usage de l'OFDM dans le cas où les canaux varient très lentement.

Du travail reste aussi à faire pour l'aspect de la détection avec erreur sur le canal. Bien que dans ce mémoire trois méthodes ont été développées, une seule a été utilisée, soit dans [Caza-Szoka12b]. En plus de tester les deux autres méthodes, il serait intéressant d'étudier le traitement de l'incertitude en tenant compte de l'asymétrie de l'impact d'une erreur sur les CSI par rapport aux codes convolutionnels comme discuté dans ce mémoire.

D'autres avenues restent à explorer. Pour pouvoir faire un système complet avec retour de décision, il serait judicieux d'inclure une gestion des ressources tenant compte des incertitudes sur les canaux. Cette gestion devrait s'assurer de la qualité de l'estimation, permettant la stabilité du système. Une autre possibilité est d'inclure les méthodes d'estimation autodidactes, le retour de décision et les méthodes de prédiction de canal afin de venir aider les méthodes d'estimation semi-autodidactes.

Au niveau des applications possibles, il serait intéressant d'utiliser des canaux additionnels de données fortement étalés. De ces canaux, il serait possible d'appliquer les méthodes d'estimation autodidactes comme le CMA avec de bons résultats avant même l'annulation d'interférence. Ces canaux pourraient être alors vus comme des pilotes contenant de l'information utile. À cause du bas taux de codage, ces canaux seraient idéaux pour le transfert de données de contrôles où pour des communications très fiables comme pour les lignes d'urgences.

Pour conclure, il serait bon de souligner une grande vertu de l'IDMA : sa flexibilité. Dans ce mémoire, je plaide coupable, l'IDMA a été malmené! L'IDMA a été mis de force dans des contextes où le nombre d'utilisateur était plus grand que le taux d'étalement avec des canaux à plusieurs chemins variant fortement dans le temps et avec de grandes erreurs sur les canaux et on a pu obtenir des résultats intéressants. L'IDMA peut être mélangé aisément avec plusieurs autres techniques telles le MIMO et l'OFDM. Aussi, si la complexité des systèmes peut sembler imposante, il est possible de la réduire énormément en ne sacrifiant que légèrement sur les performances. Finalement, avec ses entrelaceurs indépendants, l'IDMA est à mon sens le système à étalement de spectre le plus flexible qui soit.



## Bibliographie

- [Alajaji96] Alajaji, F., Phamdo, N., Farvardin, N., Fuja, T.E., "Detection of binary Markov sources over channels with additive Markov noise", IEEE Transactions on Information Theory, vol.42, no.1, pp.230-239, Jan 1996
- [Alamouti98] Alamouti, S.M., "A simple transmit diversity technique for wireless communications", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol.16, no.8, pp.1451-1458, Oct 1998
- [Aliesawi10] Aliesawi, S., Tsimenidis, C.C., Sharif, B.S., Johnston, M., "Efficient channel estimation for chip multiuser detection on underwater acoustic channels", 7th International Symposium on Communication Systems Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP), 2010, pp.173-177, 21-23 July 2010
- [Altamimi10] Altamimi, A.B., Gulliver, T.A., "On Interleaver Design for Interleave Division Multiple Access (IDMA)", 6th International Conference on Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM), 2010 pp.1-4, 23-25 Sept. 2010
- [Andersen99] Andersen, J.B., Jensen, J., Jensen, S.H., Frederiksen, F., "Prediction of future fading based on past measurements", Vehicular Technology Conference, 1999. VTC 1999 - Fall. IEEE VTS 50th, vol.1, no., pp.151-155 vol.1, 1999
- [Ardalani05] N. Ardalani, A. Khoogar, and H. Roohi, "A Comparison of Adaline and MLP Neural Network based Predictors in SIR Estimation in Mobile DS/CDMA Systems," Proc. of World Academy of Sci., Eng. and Tech., Vol. 9, Nov. 2005.
- [Baddour06] Baddour, K.E., Beaulieu, N.C., "Improved Pilot-Assisted Prediction of Unknown Time-Selective Rayleigh Channels", IEEE International Conference on Communications, 2006. ICC '06. vol.11, no., pp.5192-5199, June 2006
- [Bahl74] Bahl, L., Cocke, J., Jelinek, F., Raviv, J., "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate (Corresp.)", IEEE Transactions on Information Theory, vol.20, no.2, pp. 284- 287, Mar 1974
- [Bello63] Bello, P., "Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels", IEEE Transactions on Communications Systems, vol.11, no.4, pp.360-393, December 1963
- [Berkmann97] Berkmann, J., Burkert, F., "Turbo-decoding of nonbinary codes", IEEE International Symposium on Information Theory. 1997. Proceedings., 1997 pp.227, 29 Jun-4 Jul 1997

- [Berrou93] Berrou, C., Glavieux, A., Thitimajshima, P., "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1", IEEE International Conference on Communications, 1993. ICC 93. Geneva. Technical Program, Conference Record, vol.2, no., pp.1064-1070 vol.2, 23-26 May 1993
- [Bussgang65] Bussgang, J., "Some properties of binary convolutional code generators", IEEE Transactions on Information Theory, vol.11, no.1, pp. 90- 100, Jan 1965
- [Boutros02] Boutros, J., Caire, G., "Iterative multiuser joint decoding: unified framework and asymptotic analysis", IEEE Transactions on Information Theory, vol.48, no.7, pp.1772-1793, Jul 2002
- [Cai03] Xiaodong Cai, Giannakis, G.B., "A two-dimensional channel simulation model for shadowing processes", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.52, no.6, pp. 1558- 1567, Nov. 2003
- [Carlach97] Carlach, J.C., Castelain, D., Combelles, P., "Soft-decoding of convolutional block codes for an interactive television return channel", IEEE 6th International Conference on Universal Personal Communications Record, 1997. Conference Record., 1997 pp.249-253 vol.1, 12-16 Oct 1997
- [Caza-Szoka11a] Caza-Szoka, M, Rapport technique "ESPRIT Method for Channel Prediction of Fast Fading Channels Applied to IDMA System", LMST-CAZA-SZOKA-AVR2011
- [Caza-Szoka11b] Caza-Szoka, M, Rapport technique « Estimation, Lissage, filtrage et prédiction d'un processus ARMA », LMST-CAZA-SZOKA-DEC2011
- [Caza-Szoka12a] Caza-Szoka, M, Rapport technique : "Simulateur statistique de canaux en région rurale ", LMST-SEP-CRSNG-AVR-2012
- [Caza-Szoka12b] Caza-Szoka, M., Dahmane, A.O., D'Amours, C., Domingue, F., "Theoretical Study of the Impact of Channel Estimation Errors on the Performance of IDMA Detectors", Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2012 IEEE 75th , pp.1-4, 6-9 May 2012
- [Ciochina10] Ciochina, C., Sari, H., "A review of OFDMA and single-carrier FDMA", Wireless Conference (EW), 2010 European , pp.706-710, 12-15 April 2010
- [Cheun97] Kyungwhoon Cheun, "Performance of direct-sequence spread-spectrum RAKE receivers with random spreading sequences", IEEE Transactions on Communications, vol.45, no.9, pp.1130-1143, Sep 1997
- [Choi07] Wan Choi, Andrews, J.G., "Spatial Multiplexing in Cellular MIMO-CDMA Systems with Linear Receivers: Outage Probability and Capacity", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.6, no.7, pp.2612-2621, July 2007

- [Dang12] Jian Dang, Liuqing Yang, Zaichen Zhang, "Improved SNR Evolution for OFDM-IDMA Systems", *Wireless Communications Letters, IEEE*, vol.1, no.2, pp.65-68, April 2012
- [Dong01] Liang Dong, Guanghan Xu, Hao Ling, "Prediction of fast fading mobile radio channels in wideband communication systems", *Global Telecommunications Conference, 2001. GLOBECOM '01. IEEE*, vol.6, no., pp.3287-3291 vol.6, 2001
- [Dosiere95] Dosiere, F., Maral, G., Boutes, J.-P., "Shadowing: process models for mobile and personal satellite system", *Global Telecommunications Conference, 1995. GLOBECOM '95., IEEE*, vol.1, no., pp.536-540 vol.1, 14-16 Nov 1995
- [Duel-Hallen07] Duel-Hallen, A., "Fading Channel Prediction for Mobile Radio Adaptive Transmission Systems", *Proceedings of the IEEE* , vol.95, no.12, pp.2299-2313, Dec. 2007
- [Ekman99] Ekman, T., Kubin, G., "Nonlinear prediction of mobile radio channels: measurements and MARS model designs", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1999. ICASSP '99. Proceedings., 1999* vol.5, no., pp.2667-2670 vol.5, 1999
- [Erceg99] Erceg, V., Greenstein, L.J., Tjandra, S.Y., Parkoff, S.R., Gupta, A., Kulic, B., Julius, A.A., Bianchi, R., "An empirically based path loss model for wireless channels in suburban environments", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol.17, no.7, pp.1205-1211, Jul 1999
- [Eroz06] Eroz, M., Feng-Wen Sun, Lin-Nan Lee, "An innovative low-density parity-check code design with near-Shannon-limit performance and simple implementation", *IEEE Transactions on Communications*, vol.54, no.1, pp. 13- 17, Jan. 2006
- [Eroz10] Eroz, M., Lin-Nan Lee, "On FEC Design for Interleave Division Multiple Access", *Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring), 2010 IEEE 71st* , pp.1-4, 16-19 May 2010
- [Farhang-Boroujeny95] Farhang-Boroujeny, B., "Pilot-based channel identification: proposal for semi-blind identification of communication channels", *Electronics Letters* , vol.31, no.13, pp.1044-1046, 22 Jun 1995
- [Fossorier98] Fossorier, M.P.C., Burkert, F., Shu Lin, Hagenauer, J., "On the equivalence between SOVA and max-log-MAP decodings", *IEEE Communications Letters*, vol.2, no.5, pp.137-139, May 1998
- [Gao97] X.M. Gao, X.Z. Gao, J.M.A. Tanskanen, and S.J. Ovaska, "Power Prediction in Mobile Communication Systems Using an Optimal Neural-Network Structure", *IEEE Trans. On Neural Networks*, Vol. 8, No. 6, pp. 1446-1455, Nov. 1997.

- [Gao08] Meijuan Gao, Jingwen Tian, Shiru Zhou, "Modeling for mobile communication fading channel based on wavelet neural network", International Conference on Information and Automation, 2008. ICIA 2008. pp.1566-1570, 20-23 June 2008
- [Giallorenzi96] Giallorenzi, T.R., Wilson, S.G., "Multiuser ML sequence estimator for convolutionally coded asynchronous DS-CDMA systems", IEEE Transactions on Communications, vol.44, no.8, pp.997-1008, Aug 1996
- [Gracie07] Gracie, K., Hamon, M.-H., "Turbo and Turbo-Like Codes: Principles and Applications in Telecommunications", Proceedings of the IEEE , vol.95, no.6, pp.1228-1254, June 2007
- [Greenstein09] Greenstein, L.J., Ghassemzadeh, S.S., Erceg, V., Michelson, D.G., "Ricean K-Factors in Narrow-Band Fixed Wireless Channels: Theory, Experiments, and Statistical Models", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.58, no.8, pp.4000-4012, Oct. 2009
- [Gross06] Gross, W.J., Kschischang, F.R., Koetter, R., Gulak, P.G., "Applications of algebraic soft-decision decoding of Reed-Solomon codes", IEEE Transactions on Communications, vol.54, no.7, pp.1224-1234, July 2006
- [Gupta12] Gupta, Akanksha, Dixit, Vipul, Mishra, Sanjiv, Shukla, M., "Maximal Ratio Receiver Combining diversity with iterative IDMA systems using prime interleavers", Engineering and Systems (SCES), 2012 Students Conference on , pp.1-6, 16-18 March 2012
- [Haccoun97] Haccoun, D., Gherbi, Z., "On the application of very low rate error control coding to CDM", Electrical and Computer Engineering, 1997. IEEE 1997 Canadian Conference on Engineering Innovation: Voyage of Discovery. vol.2, no., pp.466-469 vol.2, 25-28 May 1997
- [Hagenauer 89] Hagenauer, J., Hoeher, P., "A Viterbi algorithm with soft-decision outputs and its application", IEEE Global Telecommunications Conference, 1989, and Exhibition. Communications Technology for the 1990s and Beyond. GLOBECOM '89., pp.1680-1686 vol.3, 27-30 Nov 1989
- [Hagenauer04] J. Hagenauer, "The EXIT chart—Introduction to extrinsic information transfer in iterative processing", in Proc. Eur. Signal Process. Conf., Vienna, Austria, Sep. 2004, pp. 1541–1548.
- [Hall98] Hall, E.K., Wilson, S.G., "Design and analysis of turbo codes on Rayleigh fading channels", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol.16, no.2, pp.160-174, Feb 1998
- [Hammarberg12] Hammarberg, P., Rusek, F., Edfors, O., "Channel Estimation Algorithms for OFDM-IDMA: Complexity and Performance", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.11, no.5, pp.1722-1732, May 2012

- [Heidari10] Heidari, A., Khandani, A.K., McAvoy, D., "Adaptive modelling and long-range prediction of mobile fading channels", *Communications, IET* , vol.4, no.1, pp.39-50, January 5 2010
- [Hoeher92] Hoeher, P., "A statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol.41, no.4, pp.461-468, Nov 1992
- [Hong08] Yi Hong, Rasmussen, L.K., "Iterative Switched Decoding for Interleave-Division Multiple-Access Systems", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol.57, no.3, pp.1939-1944, May 2008
- [Hu06] Bin Hu, Wei Liu, Lie-Liang Yang, Lajos Hanzo, "Multiluser Decorrelating Based Long-Range Frequency-Domain Channel Transfer Function Prediction in Multicarrier DS-CDMA Systems", *IEEE Ninth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, 2006 pp.163-167, 28-31 Aug. 2006
- [Hwang98] Jeng-Kuang Hwang, Winters, J.H., "Sinusoidal modeling and prediction of fast fading processes", *IEEE Global Telecommunications Conference, 1998. GLOBECOM 98. The Bridge to Global Integration. vol.2, no.*, pp.892-897 vol.2, 1998
- [Jamsa09] Jamsa, T., Linatti, J., "Approximation of geometry based stochastic channel models", *1st International Conference on Wireless Communication, Vehicular Technology, Information Theory and Aerospace & Electronic Systems Technology*, 2009. *Wireless VITAE 2009*. pp.693-697, 17-20 May 2009
- [Jia08] Tao Jia, Duel-Hallen, A., Hallen, H., "Improved long-range prediction with data-aided noise reduction for adaptive modulation systems", *42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems*, 2008. *CISS 2008*. pp.1161-1166, 19-21 March 2008
- [Jingxi10] Zhang, Jingxi, Bie, Zhisong, Wu, Weiling, "Enhancing the performance of IDMA system by irregular LDPC codes", *IET 3rd International Conference on Wireless, Mobile and Multimedia Networks (ICWMNN 2010)*, pp.113-116, 26-29 Sept. 2010
- [Klein03] Klein, O., Held, I., "Analysis of convolutional code performance in generalized fading channels", *The 57th IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference*, 2003. *VTC 2003-Spring. vol.4, no.*, pp. 2329- 2333 vol.4, 22-25 April 2003
- [Koch90] Koch, W., Baier, A., "Optimum and sub-optimum detection of coded data disturbed by time-varying intersymbol interference [applicable to digital mobile radio receivers]", *IEEE Global Telecommunications Conference, 1990, and Exhibition. 'Communications: Connecting the Future', GLOBECOM '90.*, pp.1679-1684 vol.3, 2-5 Dec 1990

- [Kotter00] Kotter, R., Vardy, A., "Algebraic soft-decision decoding of Reed-Solomon codes", IEEE International Symposium on Information Theory, 2000. Proceedings. pp.61, 2000
- [Kumwilaisak08] Kumwilaisak, W., Kuo, C.-C.J., Dapeng Wu, "Fading Channel Modeling via Variable-Length Markov Chain Technique", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.57, no.3, pp.1338-1358, May 2008
- [Kusume08] Kusume, K., Bauch, G., "Simple construction of multiple interleavers: cyclically shifting a single interleaver", IEEE Transactions on Communications, vol.56, no.9, pp.1394-1397, September 2008
- [Kusume09] Kusume, K., Bauch, G., Utschick, W., "IDMA Vs. CDMA: Detectors, Performance and Complexity", IEEE Global Telecommunications Conference, 2009. GLOBECOM 2009. pp.1-8, Nov. 30 2009-Dec. 4 2009
- [Kusume12] Kusume, K., Bauch, G., Utschick, W., "IDMA vs. CDMA: Analysis and Comparison of Two Multiple Access Schemes", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.11, no.1, pp.78-87, January 2012
- [Lau09] Lau, M.S.K., Wuyi Yue, Li Ping, "Equal power allocation of IDMA systems: Feasibility, optimality, and throughput", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.8, no.2, pp.746-756, Feb. 2009
- [Laigle-Chapuy09] Yann Laigle-Chapuy, Polynômes de permutation et applications en cryptographie cryptanalyse de registres combinés. Thèse de doctorat. Université Pierre et Marie-Curie, juin 2009, p. 157.
- [Li05] Kai Li, Xiaodong Wang, "EXIT chart analysis of turbo multiuser detection", IEEE Transactions on ,Wireless Communications, vol.4, no.1, pp. 300- 311, Jan. 2005
- [Li05] Kai Li, Xiaodong Wang, Ping Li, "Analysis and optimization of interleave-division multiple-access communication systems", IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. Proceedings. (ICASSP '05). vol.3, no., pp. iii/917- iii/920 Vol. 3, 18-23 March 2005
- [Li07] Li, K., Wang, X., Ping, L., "Analysis and Optimization of Interleave-Division Multiple-Access Communication Systems", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.6, no.5, pp.1973-1983, May 2007
- [Lihai03] Lihai Liu, Leung, W.K., Li Ping, "Simple iterative chip-by-chip multiuser detection for CDMA systems", Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003-Spring. The 57th IEEE Semiannual , vol.3, no., pp. 2157- 2161 vol.3, 22-25 April 2003
- [Lim07] Jong-Bu Lim, Chan-Ho Choi, Tae-Won Yune, Gi-Hong Im, "Iterative Multiuser Detection for Single-Carrier Modulation with Frequency-Domain Equalization", IEEE Communications Letters, vol.11, no.6, pp.471-473, June 2007

- [Linton08] Linton, L., Conder, P., Faulkner, M., "Multiuser MIMO Communications using Interleave-Division Multiple-Access and Golden Codes", IEEE Vehicular Technology Conference, 2008. VTC Spring 2008. pp.842-846, 11-14 May 2008
- [Lim06] Junsung Lim, Myung, H.G., Kyungjin Oh, Goodman, D.J., "Channel-Dependent Scheduling of Uplink Single Carrier FDMA Systems", Vehicular Technology Conference, 2006. VTC-2006 Fall. 2006 IEEE 64th , pp.1-5, 25-28 Sept. 2006
- [Liu06] Wei Liu, Lie-Liang Yang, Hanzo, L., "Recurrent Neural Network Based Narrowband Channel Prediction", Vehicular Technology Conference, 2006. VTC 2006-Spring. IEEE 63rd , vol.5, no., pp.2173-2177, 7-10 May 2006
- [Liu09] Jianhua Liu, "Be Cautious When Using the FIR Channel Model With the OFDM-Based Communication Systems", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.58, no.3, pp.1607-1612, March 2009
- [Long08] Long, X., Sikdar, B., "A Wavelet Based Long Range Signal Strength Prediction in Wireless Networks", IEEE International Conference on Communications, 2008. ICC '08. pp.2043-2047, 19-23 May 2008
- [Luo06] Yao Luo, Lin Wang, Jun Ling, "The Coding-Spreading Trade-off in LDPC-Coded Interleave-Division Multiple-Access (IDMA) System", International Conference on Communication Technology, 2006. ICCT '06. pp.1-4, 27-30 Nov. 2006
- [Luo09] Zhifeng Luo, Wong, A.K., Shuisheng Qiu, "Interleaver design based on linear congruences for IDMA systems", IEEE 10th Annual on Wireless and Microwave Technology Conference, 2009. WAMICON '09. pp.1-4, 20-21 April 2009
- [Ma86] Ma, H., Wolf, J., "On Tail Biting Convolutional Codes", IEEE Transactions on Communications, vol.34, no.2, pp. 104- 111, Feb 1986
- [Ma09] Hui-Xiao Ma, Xiu-Hong Wang, Gong-Liang Liu, Xing-Peng Mao, "Time Acquisition of IDMA System in Low SNR Environment", 5th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2009. WiCom '09. pp.1-4, 24-26 Sept. 2009
- [Mahadevappa02] Mahadevappa, R.H., Proakis, J.G., "Mitigating multiple access interference and intersymbol interference in uncoded CDMA systems with chip-level interleaving", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.1, no.4, pp. 781-792, Oct 2002
- [Mahafeno06] Mahafeno, Irene M., Langlais, Charlotte, Jegou, Christophe, "OFDM-IDMA versus IDMA with ISI Cancellation for Quasistatic Rayleigh Fading Multipath Channels", 4th International Symposium on Turbo Codes&Related Topics, 6th International ITG-Conference on Source and Channel Coding (TURBOCODING), 2006 pp.1-6, 3-7 April 2006

- [Mao10] Xiangfang Mao, Jie Jin, Jinsheng Yang, "Wireless channel modeling methods: Classification, comparison and application", 5th International Conference on Computer Science and Education (ICCSE), 2010 pp.1669-1673, 24-27 Aug. 2010
- [Meng07] Xiaohong Meng, Tugnait, J.K., Shuangchi He, "Iterative Joint Channel Estimation and Data Detection Using Superimposed Training: Algorithms and Performance Analysis", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.56, no.4, pp.1873-1880, July 2007
- [Mersereau81] Mersereau, R.M., Seay, T.S., "Multiple Access Frequency Hopping Patterns with Low Ambiguity", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol.AES-17, no.4, pp.571-578, July 1981
- [Mietzner07] Mietzner, J., Hoeher, P.A., "A rigorous analysis of the statistical properties of the discrete-time triply-selective mimo rayleigh fading channel model", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.6, no.12, pp.4199-4203, December 2007
- [Mietzner08] Mietzner, J., Chengshan Xiao, Hoeher, P.A., Ben Letaief, K., "A Note on Discrete-Time Triply-Selective MIMO Rayleigh Fading Channel Models", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.7, no.3, pp.837, March 2008
- [Nagy07] Nagy, O., Reed, M.C., Zhenning Shi, "Optimal Detection of IDMA Signals", IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2007.WCNC 2007. pp.1236-1240, 11-15 March 2007
- [Novak07] Novak, C., Hlawatsch, F., Matz, G., "MIMO-IDMA: Uplink Multiuser MIMO Communications using Interleave-Division Multiple Access and Low-Complexity Iterative Receivers", IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2007. ICASSP 2007. vol.3, no., pp.III-225-III-228, 15-20 April 2007
- [Ouameur01] Ouameur, M.A., Massicotte, D., "A Markov chain and quadrature amplitude modulation fading based statistical discrete time model for multi-WSSUS multipath channel", Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 2001. vol.1, no., pp.487-492 vol.1, 2001
- [Ping01b] Li Ping, Xiaoling Huang, Nam Phamdo, "Zigzag codes and concatenated zigzag codes", IEEE Transactions on Information Theory, vol.47, no.2, pp.800-807, Feb 2001
- [Ping03] Li Ping, L. Liu, K. Y. Wu, and W. K. Leung, "Interleave-division multiple-access (IDMA) communications", in Proc. 3rd International Symposium on Turbo Codes & Related Topics, 2003, pp. 173–180.
- [Ping03b] Li Ping, Leung, W.K., Wu, K.Y., "Low-rate turbo-Hadamard codes", IEEE Transactions on Information Theory, vol.49, no.12, pp. 3213- 3224, Dec. 2003



- [Ping04] Li Ping, Lihai Liu, "Analysis and design of IDMA systems based on SNR evolution and power allocation", Vehicular Technology Conference, 2004. VTC2004-Fall. 2004 IEEE 60th, vol.2, no., pp. 1068- 1072 Vol. 2, 26-29 Sept. 2004
- [Ping06] Li Ping, Lihai Liu, Keying Wu, Leung, W.K., "Interleave division multiple-access", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.5, no.4, pp. 938- 947, April 2006
- [Ping07] Li Ping, Qinghua Guo, Jun Tong, "The OFDM-IDMA approach to wireless communication systems", IEEE Wireless Communications, vol.14, no.3, pp.18-24, June 2007
- [Pupeza06] Pupeza, I., Kavcic, A., Li Ping, "Efficient Generation of Interleavers for IDMA", IEEE International Conference on Communications, 2006. ICC '06. vol.4, no., pp.1508-1513, June 2006
- [Robertson95] Robertson, P., Villebrun, E., Hoeher, P., "A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain", IEEE International Conference on Communications, 1995. ICC '95 Seattle, 'Gateway to Globalization', 1995 vol.2, no., pp.1009-1013 vol.2, 18-22 Jun 1995
- [Roy97] Roy, R.H., "Spatial division multiple access technology and its application to wireless communication systems", Vehicular Technology Conference, 1997 IEEE 47th, vol.2, no., pp.730-734 vol.2, 4-7 May 1997
- [Ryu06] Jonghoon Ryu, Takeshita, O.Y., "On quadratic inverses for quadratic permutation polynomials over integer rings", IEEE Transactions on Information Theory, vol.52, no.3, pp.1254-1260, March 2006
- [Samir09] Samir, H., Noori, K., Haider, S.A., Sultan, S., "Implementation design and analysis of coded and un-coded multi- user IDMA system", 6th International Symposium on High-Capacity Optical Networks and Enabling Technologies (HONET), 2009 pp.125-128, 28-30 Dec. 2009
- [Scutari06] Scutari, G., Palomar, D.R., Barbarossa, S., "Simultaneous Iterative Water-Filling for Gaussian Frequency-Selective Interference Channels", IEEE International Symposium on Information Theory, 2006 pp.600-604, 9-14 July 2006
- [Seethaler04] Seethaler, D., Matz, G., Hlawatsch, F., "An efficient MMSE-based demodulator for MIMO bit-interleaved coded modulation", IEEE Global Telecommunications Conference, 2004. GLOBECOM '04. vol.4, no., pp. 2455- 2459 Vol.4, 29 Nov.-3 Dec. 2004
- [Simmelrodt03] Semmelrodt, S., Kattenbach, R., "Investigation of different fading forecast schemes for flat fading radio channels", Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003-Fall. 2003 IEEE 58th, vol.1, no., pp. 149- 153 Vol.1, 6-9 Oct. 2003

- [Senanayake10] Senanayake, B., Reed, M.C., Zhenning Shi, "Iterative timing recovery for IDMA receivers operating under severe timing drift", Communications Theory Workshop (AusCTW), 2010 Australian , pp.71-76, 2-5 Feb. 2010
- [Sahin04] Gokhan Sahin, Fanchun Jin, Arora, A., Hyeong-Ah Choi, "Predictive scheduling in multi-carrier wireless networks with link adaptation", Vehicular Technology Conference, 2004. VTC2004-Fall. 2004 IEEE 60th , vol.7, no., pp. 5015- 5020 Vol. 7, 26-29 Sept. 2004
- [Schoeneich05] Schoeneich, H., Hoeher, P.A., "Semi-blind pilot-layer aided channel estimation with emphasis on interleave-division multiple access systems", IEEE Global Telecommunications Conference, 2005. GLOBECOM '05. vol.6, no., pp.5 pp.-3517, 2-2 Dec. 2005
- [Schoeneich06] H. Schoeneich and P. A. Hoeher, "Iterative pilot-layer aided channel estimation with emphasis on interleave-division multiple access systems", EURASIP Journal on Applied Signal Processing, vol. 2006, pp. 1–15, September 2006.
- [Shikida10] Shikida, J., Suyama, S., Suzuki, H., Fukawa, K., "Iterative Receiver Employing Multiuser Detection and Channel Estimation for MIMO-OFDM IDMA", Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring), 2010 IEEE 71st , pp.1-5, 16-19 May 2010
- [Shukla09] Shukla, M., Srivastava, V.K. and Tiwari, S. (2009), "Analysis and design of optimum interleaver for iterative receivers in IDMA scheme". Wirel. Commun. Mob. Comput., 9: 1312–1317.
- [Siriwongpairat04] Siriwongpairat, W.P., Olfat, M., Liu, K.J.R., "Performance analysis of time hopping and direct sequence UWB space-time systems", IEEE Global Telecommunications Conference, 2004. GLOBECOM '04. vol.6, no., pp. 3526- 3530 Vol.6, 29 Nov.-3 Dec. 2004
- [Sklar97a] Sklar, B., "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems .I. Characterization", IEEE Communications Magazine, vol.35, no.7, pp.90-100, Jul 1997
- [Sklar97b] Sklar, B., "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems .II. Mitigation", IEEE Communications Magazine, vol.35, no.7, pp.102-109, Jul 1997
- [Song10] Jie Song, Hu, Jianhao, Zhao Wang, "Evolutionary Game Algorithm for channel estimation in Interleave-Division Multiple Access Systems", IEEE International Conference on Wireless Communications, Networking and Information Security (WCNIS), 2010 pp.92-97, 25-27 June 2010
- [Summers98] Summers, T.A., Wilson, S.G., "SNR mismatch and online estimation in turbo decoding", IEEE Transactions on Communications, vol.46, no.4, pp.421-423, Apr 1998

- [Sun05] Sun, J., Takeshita, O.Y., "Interleavers for turbo codes using permutation polynomials over integer rings", IEEE Transactions on Information Theory, vol.51, no.1, pp.101-119, Jan. 2005
- [Szyszkowicz10] Szyszkowicz, S.S., Yanikomeroglu, H., Thompson, J.S., "On the Feasibility of Wireless Shadowing Correlation Models", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.59, no.9, pp.4222-4236, Nov. 2010
- [Tong08] Tong, Jun, Guo, Qinghua, Ping, Li, "Performance Analysis of OFDM-IDMA Systems with Peak-Power Limitation", IEEE 10th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, 2008. ISSSTA '08., pp.555-559, 25-28 Aug. 2008
- [Tbirupathi02] Tbirupathi, D., Chugg, K.M., "A simple construction of low rate convolutional codes with application to low rate turbo-like code design", IEEE Global Telecommunications Conference, 2002. GLOBECOM '02. vol.2, no., pp. 1305- 1309 vol.2, 17-21 Nov. 2002
- [Thoren01] Thoren, K., Owall, V., Anderson, J.B., "Precision issues in the implementation of BCJR decoders", IEEE International Symposium on Information Theory, 2001. Proceedings. 2001 pp.289, 2001
- [Tseng10] Tseng, Shu-Ming, Lau, Tai-Yo, "Comprehensive Performance Comparison of IDMA and CDMA", Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring), 2010 IEEE 71st , pp.1-5, 16-19 May 2010
- [Ungerboeck87] Ungerboeck, G., "Trellis-coded modulation with redundant signal sets Part I: Introduction", IEEE Communications Magazine, vol.25, no.2, pp.5-11, February 1987
- [ur Rehman07] ur Rehman, H., Zaka, I., Naeem, M., Shah, S.I., "Multicarrier Interleave Division Multiple Access Communication with Adaptive Subchannel Allocation", International Conference on Electrical Engineering, 2007. ICEE '07. pp.1-5, 11-12 April 2007
- [Vanderpypen07] Vanderpypen, J., Schumacher, L., "MIMO Channel Prediction using ESPRIT based Techniques", IEEE 18th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2007. PIMRC 2007. pp.1-5, 3-7 Sept. 2007
- [Vafi05] Vafi, S., Wysocki, T., "Performance of convolutional interleavers with different spacing parameters in turbo codes", Communications Theory Workshop, 2005. Proceedings. 6th Australian , pp.8-12, 2-4 Feb. 2005
- [Viswanath01] Viswanath, P., Tse, D.N.C., Anantharam, V., "Asymptotically optimal water-filling in vector multiple-access channels", IEEE Transactions on Information Theory, vol.47, no.1, pp.241-267, Jan 2001

- [Viterbi67] Viterbi, A., "Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm", IEEE Transactions on Information Theory, vol.13, no.2, pp.260-269, April 1967
- [Viterbi90] Viterbi, A.J., "Very low rate convolution codes for maximum theoretical performance of spread-spectrum multiple-access channels", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol.8, no.4, pp.641-649, May 1990
- [Wang99] Xiaodong Wang, Poor, H.V., "Iterative (turbo) soft interference cancellation and decoding for coded CDMA", IEEE Transactions on Communications, vol.47, no.7, pp.1046-1061, Jul 1999
- [Wang06] Peng Wang, Qi Chen, Li Ping, Lihai Liu, "Power Allocation for Practically Coded IDMA Systems over Broadcast Channels", IEEE Information Theory Workshop, 2006. ITW '06 Chengdu. pp.673-677, 22-26 Oct. 2006
- [Wang08] Hao Wang, Shi Chen, Xiaokang Lin, "Structure Analysis and SNR-Variance Evolution for Parallel Concatenated Coded IDMA Systems", Vehicular Technology Conference, 2008. VTC 2008-Fall. IEEE 68th , pp.1-5, 21-24 Sept. 2008
- [Wautier01] Wautier, A., Ammari, S., "Rake receiver sensitivity to spreading sequence", Vehicular Technology Conference, 2001. VTC 2001 Spring. IEEE VTS 53rd , vol.3, no., pp.2001-2005 vol.3, 2001
- [Wehinger06] Wehinger, J., Mecklenbrauker, C.F., "Iterative CDMA Multiuser Receiver With Soft Decision-Directed Channel Estimation", IEEE Transactions on Signal Processing, vol.54, no.10, pp.3922-3934, Oct. 2006
- [Win00] Win, M.Z., Scholtz, R.A., "Ultra-wide bandwidth time-hopping spread-spectrum impulse radio for wireless multiple-access communications", Communications, IEEE Transactions on , vol.48, no.4, pp.679-689, Apr 2000
- [Wolfgang07] Andreas Wolfgang, Sheng Chen, Lajos Hanzo, "Parallel interference cancellation based turbo space-time equalization in the SDMA uplink", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.6, no.2, pp.609-616, Feb. 2007
- [Wong05] Wong, I.C., Evans, B.L., "Joint channel estimation and prediction for OFDM systems", IEEE Global Telecommunications Conference, 2005. GLOBECOM '05. vol.4, no., pp.5 pp.-2259, 2-2 Dec. 2005
- [Wong08] Wong, I.C., Evans, B.L., "Sinusoidal Modeling and Adaptive Channel Prediction in Mobile OFDM Systems", IEEE Transactions on Signal Processing, vol.56, no.4, pp.1601-1615, April 2008
- [Wu04] Yao-Jun Wu, Li Ping, "On the limiting performance of turbo-Hadamard codes", IEEE Communications Letters, vol.8, no.7, pp. 449- 451, July 2004

- [Wu06] Wu, H., Ping, L., Perotti, A., "User-specific chip-level interleaver design for IDMA systems", *Electronics Letters*, vol.42, no.4, pp. 233- 234, 16 Feb. 2006
- [Wu09] Wu, H., Ping, L., Perotti, A., "User-specific chip -level interleaver design for IDMA systems", *Electronics Letters*, vol.42, no.4, pp. 233- 234, 16 Feb. 2006
- [Xia05] Bin Xia, Jiangzhou Wang, "Analytical study of QAM with interference cancellation for high-speed multicode CDMA", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol.54, no.3, pp. 1070- 1080, May 2005
- [Xiao04] Chengshan Xiao, Jingxian Wu, Leong, S.-Y., Yahong Rosa Zheng, Letaief, K.B., "A discrete-time model for triply selective MIMO Rayleigh fading channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications* vol.3, no.5, pp. 1678- 1688, Sept. 2004
- [Xinyi07] Xinyi Xu, Qiuping Zhu, Liang Zhu, Weibing Wang, Kegang Liu, "The Model of Evolutionary Interleavers for IDMA Communication System", *International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, 2007. *WiCom 2007*. pp.751-754, 21-25 Sept. 2007
- [Xiu06] Chuan Xiu Huang, Ghayeb, A., "A simple remedy for the exaggerated extrinsic information produced by the SOVA algorithm", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol.5, no.5, pp. 996- 1002, May 2006
- [Xu04] Hua Xu, Hui Zheng, "The simple SNR estimation algorithms for MPSK signals", *7th International Conference on Signal Processing*, 2004. *Proceedings. ICSP '04*. 2004 vol.2, no., pp. 1781- 1785 vol.2, 31 Aug.-4 Sept. 2004
- [Yan09] Yan, Yang, Zhou, Shidong, Xiao, Limin, Su, Xin, Wang, Jing, Xu, Xibin, "Tradeoff of channel coding and repetition-code spreading in IDMA systems", *IET International Communication Conference on Wireless Mobile and Computing (CCWMC 2009)*, pp.496-499, 7-9 Dec. 2009
- [Yin10] Zuo-liang Yin, Xing-peng Mao, Jun Cai, "A Novel Synchronization Scheme for IDMA with Low Complexity", *First International Conference on Pervasive Computing Signal Processing and Applications (PCSPA)*, 2010 pp.88-92, 17-19 Sept. 2010
- [Yoon12] Daejung Yoon, Jaekyun Moon, "Low-Complexity Iterative Channel Estimation for Turbo Receivers", *IEEE Transactions on Communications*, vol.60, no.5, pp.1182-1187, May 2012
- [Yuan06] Xiaojun Yuan, Keying Wu, Li Ping, "The Jointly Gaussian Approach to Iterative Detection in MIMO Systems", *IEEE International Conference on Communications*, 2006. *ICC '06*. vol.7, no., pp.2935-2940, June 2006
- [Zhang07] Rong Zhang, Lajos Hanzo, "EXIT Chart Based Joint Code-Rate and Spreading-Factor Optimisation of Single-Carrier Interleave Division Multiple Access", *IEEE*

Wireless Communications and Networking Conference, 2007.WCNC 2007. pp.735-739, 11-15 March 2007

- [Zhang07] Zhang Chenghai, Hu Jianhao, "The Shifting Interleaver Design Based on PN Sequence for IDMA Systems", Future Generation Communication and Networking (FGCN 2007) , vol.2, no., pp.279-284, 6-8 Dec. 2007
- [Zhang08] Rong Zhang, Hanzo, L., "Three Design Aspects of Multicarrier Interleave Division Multiple Access", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol.57, no.6, pp.3607-3617, Nov. 2008
- [Zhifeng09] Zhifeng Luo, Wong, A.K., Shuisheng Qiu, "Interleaver design based on linear congruences for IDMA systems", Wireless and Microwave Technology Conference, 2009. WAMICON '09. IEEE 10th Annual , pp.1-4, 20-21 April 2009
- [Zhou07] Xiangyun Zhou, Zhenning Shi, Reed, M.C., "Iterative Channel Estimation for IDMA Systems in Time-Varying Channels", IEEE Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM '07. pp.4020-4024, 26-30 Nov. 2007
- [Zhu03] Haidong Zhu, Farhang-Boroujeny, B., Schlegel, C., "Pilot embedding for joint channel estimation and data detection in MIMO communication systems", IEEE Communications Letters, vol.7, no.1, pp. 30- 32, Jan 2003
- [Zliisong07] Zliisong Bie, Weiling Wu, "PEG Algorithm Based Interleavers Design for IDMA System", 41st Annual Conference on Information Sciences and Systems, 2007. CISS '07. pp.480-483, 14-16 March 2007

## **Annexe A – IDMA vs CDMA : une nouvelle liberté**

L’IDMA est un dérivé du CDMA. Certains auteurs tentent d’établir des comparaisons entre les méthodes, mais se basent toujours sur des cas particuliers. Par exemple, [Ping07] compare l’IDMA avec CDMA sans entrelaceur. Évidemment, l’IDMA offre de meilleures performances. [Tseng10] et [Kusume12] comparent les schémas fonctionnels du CDMA et de l’IDMA. Cependant, ce sont des versions simplistes du CDMA qui sont utilisés. [Kusume12] fait état de la séparation entre le CDMA et l’IDMA qui n’est pas facile à faire et expose que les principes de l’IDMA existaient déjà dans le CDMA. Cependant, il ne montre pas l’avantage principal de l’IDMA.

Les comparaisons entre le CDMA et l’IDMA ne sont pas satisfaisantes dans la littérature. Cependant, on peut comparer les deux méthodes en suivant le développement chronologique de l’IDMA à partir du CDMA.

L’originalité de cette section est en deux points :

- Une différenciation entre l’IDMA et le CDMA d’un point de vue historique
- Un avantage conceptuel de l’IDMA sur le CDMA qui est avancé.

Le système CDMA proposé dans [Mahadevappa02] est le pivot entre le CDMA et l’IDMA. C’est un système CDMA qui utilise des entrelaceurs au niveau des bribes. De plus, les entrelaceurs sont différents d’un usager à l’autre. Les versions précédentes du CDMA [Wang99] utilisaient des entrelaceurs au niveau des bits codés, avant étalement. L’entrelacement au niveau des bribes permet de considérer les interférences inter usagers

comme étant blanches par rapport au code (et non par rapport à l'interférence inter symbole). De plus, cet entrelacement permet de s'affranchir de la nécessité d'employer des codes concaténés en série, ce qui permet de meilleures performances.

En fait, le système CDMA de [Mahadevappa02] est un système IDMA. À cause des entrelaceurs, il n'y a plus du tout d'orthogonalité ou quasi orthogonalité entre les codes des différents usagers et les codes ne servent plus à séparer les usagers : ce sont les entrelaceurs qui sont la cause de la séparabilité. Cependant, puisque c'est pensé comme un système CDMA, il y a une contrainte sur les codes en fait d'orthogonalité. [Lihai03] propose des versions simplifiées de ce système.

L'IDMA apparaît officiellement dans [Ping03] qui reprend une des versions de [Lihai03] et montre qu'il est possible de séparer les usagers du système en donnant le même code et le même étalement à tous les usagers. C'est donc une mise en lumière d'un nouveau degré de liberté : il n'y a plus d'avantage à utiliser des codes orthogonaux lorsque les entrelaceurs sont différents entre les usagers.

[Lau09] pousse l'IDMA plus loin en allouant différents codes à différents usagers. Ce n'est pas dans un contexte d'annulation d'interférence parallèle comme dans [Mahadevappa02] et [Ping03], cependant, cela montre bien qu'il est possible de faire la sélection des codes selon d'autres critères que la détection multiusager.



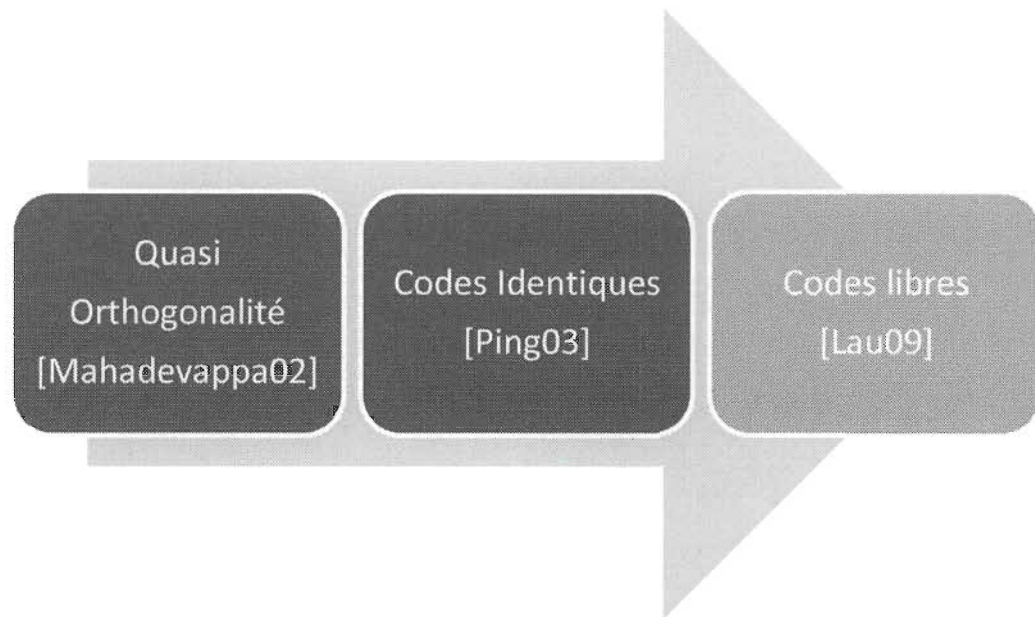


Figure A-1 Évolution du CDMA vers l'IDMA

En résumé, on a d'une part un système CDMA [Mahadevappa02] qui donne des performances qui pourraient être qualifiée de pointe pour le CDMA qui a des contraintes sur les codes. D'autre part, le système IDMA atteint les mêmes performances sans ces contraintes, avec la même complexité. Le système IDMA est donc plus flexible que le CDMA.

(Notons, que par performances de pointe pour le CDMA, on omet la méthode de MAP multiusager (et possiblement à plusieurs chemins), décrite aussi dans [Mahadevappa02] qui est de complexité prohibitive pour un grand nombre d'utilisateur.)

Cet aspect de liberté par rapport au codage n'a pas encore été vraiment exploité dans la littérature. Il y a cependant des possibilités qui sont évidentes. Par exemple :

- Les codes d'une même longueur n'ont pas toutes les mêmes performances par rapport au SNIR et peuvent être de complexités bien différentes. Ne pas avoir de

contrainte sur les codes permet d'utiliser des codes optimaux pour les différentes situations

- Les ensembles de codes quasi-orthogonaux ont généralement des performances similaires. Or différentes applications nécessitent différentes qualité de service.

L'absence de contrainte permet de gérer indépendamment la qualité de service d'un usager à l'autre.

On remarque que si un usager a besoin de plusieurs niveaux de qualité de services pour différentes applications simultanément, il est possible d'utiliser plusieurs canaux avec différents entrelaceurs et différents codes.

## **Annexe B – Critères de qualité d'un système de communication sans fil**

Quand vient le temps de comparer et sélectionner des systèmes de communications sans fils, plusieurs aspects interviennent simultanément. On en nomme que quelques-uns ici, particulièrement ceux qui ont un impact au niveau traitement du signal.

Premièrement, le nombre d'utilisateurs simultanés qu'un système peut soutenir est un aspect important. Il est possible de subdiviser d'avantage en utilisant d'autres méthodes, comme le FDMA et TDMA en plus de la méthode multiutilisateur considéré afin d'augmenter le nombre d'utilisateur. Cependant, les problèmes liés à ces méthodes viennent s'ajouter.

Évidemment, la largeur de bande et la puissance utilisée sont des paramètres importants. La puissance est particulièrement cruciale pour les applications mobiles. Ce sont cependant généralement des contraintes et non des paramètres à optimiser. Le SNR ou le rapport  $E_b/N_0$  sont utilisés pour caractériser la puissance. Le  $E_b/N_0$  permet de tenir compte du fait qu'un bit d'information est codé avec un certain taux.

Une autre contrainte est la qualité désirée, qui est souvent exprimé en taux d'erreur. Deux taux sont utiles pour les analyses dans ce mémoire. Le premier est le taux d'erreur sur les bits d'information (BER). Une autre possibilité est le taux d'erreur par bloc de données (FER). Ce taux d'erreur est fonction de la taille des blocs, contrairement au BER qui est généralement peu affecté. Cependant, pour certains codes, le BER a tendance à être soit très faible ou très élevé d'un bloc à l'autre. Le BER global devient presque exclusivement

dépendant du BER pour les blocs où il est très élevé et de la fréquence de ces blocs. Il devient plus intéressant alors d'exprimer les performances en terme FER.

Un système de communication doit aussi être robuste aux conditions réelles liées aux canaux qui incluent des problèmes de multipath, de délais, de désynchronisation, de doppler, de canaux variant dans le temps, des problèmes de type *near-far*, etc. De plus, la connaissance des conditions réelles est souvent difficile à obtenir : l'estimation de canal est imparfaite et généralement les effets variant dans le temps sont simplement négligés.

Ensuite, pour un nombre donné d'utilisateur et suivant une certaine qualité requise, un débit élevé est désiré. Le bit par seconde est l'unité le plus utilisé, mais le bit par Hertz permet d'être indépendant de la largeur de bande. Une autre unité de comparaison pratique est le bit par bribe, qui est le nombre d'utilisateur fois le débit divisé par le taux de codage. Notons que le débit exprimé en bit par bribe permet de tenir compte du nombre d'utilisateur et d'être indépendant de la largeur de bande.

Toutes les performances sont obtenues au prix d'une complexité plus ou moins grande. On doit premièrement séparer la complexité à l'émetteur et au récepteur. Dans le cas du lien montant d'un système de communication sans-fil de type cellulaire, les transmetteurs (les appareils mobiles) doivent nécessairement très simples, contrairement aux récepteurs (stations de base) qui peuvent supporter des architectures beaucoup plus imposantes.

Pour calculer la complexité, il faut généralement calculer le nombre d'additions, multiplication, division et autres opérations. Aussi, la quantification et la possibilité d'effectuer du calcul en parallèle sont des aspects intéressants au point de vue implémentation. Une autre approche pour évaluer la complexité d'un algorithme est l'utilisation de la Comparaison asymptotique (notation « big-O »). Celle-ci permet

d'évaluer si un algorithme peut être applicable quand des paramètres, comme par exemple le nombre d'utilisateur, prennent des proportions importantes.

Finalement, bien d'autres facteurs viennent influencer le choix d'un système de communication, comme les aspects de sécurité, le besoin d'un lien de retour et le besoin de temps réel.

## **Annexe C – Modèles de canaux**

L'analyse de méthodes d'estimation et de prédiction de canaux doit se baser sur certains modèles. C'est pourquoi ce chapitre est consacré à relever certains modèles simples de canaux qui se retrouvent dans la littérature.

Pour étudier l'estimation, la poursuite ou la prédiction, il faut :

- un modèle réaliste de canal sans fil pour réaliser un simulateur de canal
- un modèle simplifié qui approxime bien le canal pour être utilisé par les méthodes numériques
- une méthode d'estimation / poursuite / prédiction adaptée au modèle simplifié

Plusieurs modèles de canaux se retrouvent dans la littérature. En effet, les mots clés « channel model » produisent plus de 46000 références. Cependant, leur nombre impressionnant est entre autre causé par :

- le grand nombre de contexte existant
- la difficulté du problème.

Les modèles de canaux sans fil vont des plus simples aux plus compliqués. Les plus réalistes tiendront compte du plus grand nombre de phénomènes. L'aspect le plus pertinent pour la problématique des canaux variant dans le temps est bien évidemment la variation temporelle des gains des différents taps.

Il y a des modèles théoriques et empiriques. Les modèles dans l'espace (free-space) et avec réflexion au sol (ground reflexion), déterministes (e.g. Jakes), statistiques (*Rayleigh fading*), stochastiques (AR) sont que quelques-uns des modèles théoriques. Aussi, de nombreux modèles empiriques existent pour caractériser différents phénomènes dans les canaux et proviennent de campagnes de sondage (channel sounding campaign.) Un simulateur a été développé basé sur les résultats de ces campagnes pour le laboratoire LMST [Caza-Szoka12a]. Il est aussi possible de retrouver des modèles en temps continu ou en temps discret. Le plus important paramètre qui vient en ligne de compte pour choisir un modèle est la fréquence. En effet, les canaux réagissent très différemment selon la fréquence centrale. La largeur de bande a aussi un immense impact sur le choix de modèle. Les distances ont un grand impact sur la puissance du signal et de l'étendu des délais (delay spread.) Le type d'environnement marquera aussi le comportement d'un canal. Les milieux urbains, banlieue, rue, forêt, terrain découvert, intérieur, intérieur au travers des cloisons, des murs ou des étages ont tous des propriétés différentes. Une propriété importante est la possibilité ou non d'avoir un accès direct (line-of-sight). Souvent, la stratégie de communication change drastiquement selon cet accès. Par exemple, un accès direct permet de communiquer par infrarouge.

Le type de modulation a aussi un grand impact sur les modèles utilisés. Par exemple :

- [Liu09] démontre qu'un modèle de type réponse impulsionnelle finie pour les canaux OFDM mène à des erreurs significatives.
- [Xiao04] montre que les canaux de type à plusieurs entrées et plusieurs sorties (MIMO) ne sont pas simplement des canaux à une entrée et une sortie (SISO) en parallèles.

Même le type d'antenne utilisé et la polarisation peuvent avoir une influence sur le modèle. Un autre facteur influençant le type de modèle utilisé est la variation spatiale considérée. Il y a des variations spatiales en termes de distance, de grande échelle (large-scale), de petite échelle (small-scale.) Aussi, lorsqu'un appareil mobile se déplace, la variation spatiale se transforme en variation temporelle. Notons cependant, que le contraire n'est pas nécessairement vrai puisque les variations temporelles peuvent être causées par un déplacement de l'environnement. Finalement, la relation entre la vitesse d'échantillonnage, la vitesse de déplacement et l'étalement temporel des chemins (delay spread) affecte le canal en produisant les différents phénomènes:

Tableau C-1 Caractéristiques des canaux variant dans le temps

Période du symbole	< temps de cohérence	> temps de cohérence
> Étalement temporel	Évanouissement lent et constant	Évanouissement rapide et constant
< Étalement temporel	Évanouissement lent et sélectif	Évanouissement lent et sélectif

Il est toujours pertinent de considérer un canal variant lentement puisque les débits sont de plus en plus rapides comparés aux vitesses de déplacement. De plus, même si la tendance est à augmenter la fréquence de la porteuse, l'aspect d'élargissement de la bande réduit d'avantage la période des symboles. Notons que le canal sélectif et variant rapidement peut être considéré comme un bon canal puisque les diversités en temps et en fréquence sont disponibles.



### C.1 Distributions de la puissance

La puissance reçue pour un usager peut se décomposer en plusieurs fonctions. Un premier aspect important est la distance entre l'utilisateur et la tour de base. La puissance reçue sera de manière générale moins grande lorsque la distance augmente. Cette relation est de forme :

$$P_d(d) = P_0 d^{-n} \quad (\text{C.1})$$

La constante  $P_0$  est calculée à une distance de référence, souvent 100 m ou 1 km. L'exposant  $n$  peut varier entre environs 1.5 et 7 et est de 2 dans le vide. Une littérature abondante existe sur la modélisation de l'exposant [Erceg99].

La distance est un facteur qui varie très peu d'un bloc de donnée à l'autre. Même avec des blocs de données de 100 ms et une vitesse de 100km/h, la distance parcourue entre deux blocs est moins de 5 m. Par rapport aux tailles des cellules et aux distances de références communes, cet aspect peut être considéré constant.

La distance est souvent un facteur qui est pris en compte lors du design de cellules et beaucoup moins souvent lors du traitement des signaux.

La puissance calculée est par l'équation (4.1) n'est pas une constante, mais plutôt la médiane. Autour de cette valeur, il y a une variation importante causée par la présence d'obstacles présents ou non selon la position. Cette variation s'appelle *shadowing* et a une distribution de type log-normale. Une distribution log-normale peut se représenter aisément dans le domaine logarithmique, en mettant la puissance de décibel :

$$P_{d,S}(d) = 10 \log(P_0) - 10n \log(d) + S \quad (\text{C.2})$$

Sous cette forme, le *shadowing*  $S$  a une distribution normale. La distance de corrélation s'exprime en dizaines de mètres. La déviation standard de  $S$  est très dépendante de l'environnement. Une valeur typique est de 10dB. Encore une fois, sur quelques blocs de données, l'effet est généralement considéré constant. Des modèles de variations spatiales pour le shadowing existent [Dosiere95][Szyszkowicz10]. Mais, tout comme la distance, le *shadowing* est plus souvent qu'autrement étudié pour le design de cellules.

La fonction  $P_{d,S}$  donne la puissance moyenne à un endroit à une distance donnée. Cette moyenne est valable sur une faible distance, soit quelques mètres. Pour un canal à un seul chemin, on peut dire que la variance de la distribution est égale à cette moyenne. Cette relation est valable pour n'importe quelle distribution et on peut poser :

$$\sigma_h^2(d) = 10^{P_{d,S}(d)/10} \quad (\text{C.3})$$

Dans le cas où le canal est à plusieurs *taps*, la puissance est composée de la somme de tous les signaux reçus. En considérant les *taps* comme indépendants, on peut écrire :

$$\sum_l \sigma_{h,l}^2(d) = 10^{P_{d,S}(d)/10} \quad (\text{C.4})$$

avec  $l$  l'ensemble des *taps*. Pour un canal à plusieurs *taps* de même variance, on a donc :

$$\sigma_{h,l}^2(d) = \frac{10^{P_{d,S}(d)/10}}{L} \quad (\text{C.5})$$

avec  $L$  le nombre de *taps*.

Soulignons que les deux suppositions (taps indépendant et de même variance) sont approximatives mais généralement utilisés dans la littérature. Particulièrement, l'approximation de variances identiques augmente l'effet du canal avec mémoire et rend

souvent l'inversion plus difficile. Cependant, les deux approximations supposent une diversité temporelle plus grande qu'en réalité. Ces approximations sont donc bonnes pour comparer des méthodes de traitement d'interférences inter-symboles, mais sont discutables pour ce qui est de l'analyse du gain en diversité temporelle.

## C.2 Distribution des taps des canaux

Connaissant la variance, il reste à déterminer la distribution des *taps*. Il existe plusieurs distributions possibles, les plus connues étant Rayleigh et Rician. La première suppose une somme de chemins d'amplitude similaire tandis que la seconde inclut une composante de plus grande amplitude, généralement associée à la ligne de vue (LOS) [Greenstein09], quoique des réflecteurs importants puissent aussi causer ce type de distribution.

Ces distributions ne sont pas de moyenne nulle puisqu'elles sont en lien avec l'amplitude des *taps*. Cependant, lorsqu'on décompose les *taps* en nombre complexe, on peut voir que la moyenne est effectivement nulle. Pour une distribution de type Rayleigh, on aura :

$$h = h_{Re} + jh_{Im} \quad (C.6)$$

avec  $h_{Re}$  et  $h_{Im}$  de distributions normales à moyennes nulles et de variances :

$$\sigma_{Re}^2 = \sigma_{Im}^2 = \frac{\sigma_h^2}{2} \quad (C.7)$$

Dans le cas de canaux Rician, une composante dominante est ajoutée :

$$h = h_{Re} + jh_{Im} + h_{LOS}e^{j\theta} \quad (C.8)$$

Avec  $\theta$  ayant une distribution uniforme, on voit encore que la moyenne du canal est nulle.

### C.3 Canal variant dans le temps

Le canal variant dans le temps est représentée par une réponse impulsionnelle variant dans le temps. Deux versions équivalentes de cette réponse impulsionnelle existent [Bello63]. Dans les deux cas, on écrit :

$$h(n, l) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(n) d(n - l) \quad (\text{C.9})$$

Le produit de convolution avec le signal s'écrit :

$$y(n) = x(n) * h(n, l) = \sum_{l=0}^{L-1} h(n - l, l) x(n - l) \quad (\text{C.10})$$

L'autre représentation possible pour la réponse impulsionnelle variant dans le temps permet d'utiliser le produit de convolution avec le signal comme suit :

$$y(n) = x(n) * h'(n, l) = \sum_{l=0}^{L-1} h'(n, l) x(n - l) \quad (\text{C.11})$$

Cette dernière version est analogue à la réponse impulsionnelle pour systèmes LTI renversée. Il n'est donc pas possible de simplement renverser la réponse impulsionnelle variant dans le temps pour effectuer la convolution. Aussi,  $h'(n, l)$  ne s'écrit pas sous forme analogue à 4.9. La discussion suivante traitera de la première représentation puisqu'elle est plus simple à conceptualiser. Cependant, le lien entre  $h(n, l)$  et  $h'(n', l')$  est simple à trouver.

L'évolution des valeurs de chaque *tap*  $h'(n, l)$  (lorsque le  $n$  varie et que  $l$  est maintenu constant) est constituée de l'évolution des différents chemins  $p$  dans le temps [Andersen99]:

$$h_l(n) = \sum_{p=1}^P \alpha_{l,p} e^{j(\beta_{l,p}n + \phi_{l,p})} \quad (\text{C.12})$$

La fréquence de l'exponentielle complexe est de :

$$\beta_{l,p} = 2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta_{l,p}) \quad (\text{C.13})$$

Il existe plusieurs modèles de canaux pour les effets de petite échelle. Ces modèles se différencient entre autre par les distributions données aux coefficients  $\alpha_{l,p}$  et  $\beta_{l,p}$ . Le terme  $\varphi_{l,p}$  est dans tous les modèles réparti uniformément.

Dans tous les modèles, la variance sur  $\alpha_{l,p}$  dépend des statistiques sur le long terme. On considère ces statistiques connues et traitées par les méthodes de gestion de la puissance. Les différents facteurs  $\alpha_{l,p}$  sont ici indépendants et la variance est considérée normalisée pour le long terme. Pour simplifier l'analyse, on suppose que la variance de chaque *tap* est identique. La variance des paramètres  $\alpha_{l,p}$  est :

$$\sigma_{\alpha_{l,p}}^2 = \frac{1}{\sqrt{LP}} \quad (\text{C.14})$$

Dans le cas où tous les chemins sont d'amplitude égale et qu'un seule *tap* est considéré, on a alors :

$$\alpha_l = \frac{1}{\sqrt{L}} \quad (\text{C.15})$$

Il existe aussi plusieurs autres modèles pour les canaux variant dans le temps. Voici quelques exemples de modèles retrouvés dans la littérature pour les canaux variant dans le temps:

- US, WSS, WSSUS continue [Bello63]
- WSSUS discret [Hoeher92]
- Markov [Ouameur01] [Kumwilaisak08]
- MIMO triplement sélectif [Xiao04] [Mietzner07] [Mietzner08]
- Réseau de neurones à ondelettes (WNN Wavelet Neural Network) [Gao08]

- Stochastique basée sur la géométrie (geometry-based stochastic) [Jamsa09]
- Somme de sinus pour *shadowing* [Xiaodong03]
- Model physique basé sur la méthode image combinée à la théorie sur la diffraction [Hallen02]

#### C.4 Gestion de la puissance

La gestion de la puissance permet de compenser les variations de puissance. Une première gestion permet de normaliser la puissance par rapport à la distance et au shadowing. Ce sont donc les statistiques sur le long terme qui sont utilisées. Cette approche est utile lorsque les canaux changent rapidement.

Une seconde approche permet de normaliser la puissance pour chaque bloc de données. Dans ce cas, la puissance est généralement basée sur les CSI du bloc précédent. Plusieurs sources de variation de cette puissance sont présentes :

- Les CSI ne sont pas parfaitement connus
- D'un bloc à l'autre, les gains des taps changent
- Le feedback est limité.

L'effet de la variation des gains d'un bloc à l'autre peut être amoindri par l'utilisation d'algorithmes de prédiction de canal. Le feedback limité engendre une quantification des puissances émises. L'usage de livre de codes appropriés permet d'en limiter l'impact. Aussi, lorsque le duplex est dans le temps, le feedback n'est plus nécessaire.

Notons que les normalisations de puissance sont limitées. Il n'est pas possible de normaliser un canal qui est très faible. Dans ces situations, il vaut mieux limiter le débit et attendre que le canal soit de meilleure qualité. La prédiction de canal peut servir à prédire le

meilleur temps où recommencer la transmission. Aussi, les canaux variant rapidement dans le temps sont pratiquement impossibles à normaliser.

Pour des systèmes multiusager, les erreurs de normalisation peuvent parfois être avantageuses, créant ainsi une diversité en puissance. Aussi, cette diversité est parfois exploitée. Dans un contexte d'annulation d'interférence, il est souvent préférable d'avoir des usagers de plus grande puissance dans le but de les annuler en premier. Ce principe est exploité notamment sur les systèmes MIMO avec détection de type V-Blast ou encore en IDMA [Ping04]. Sinon, dans d'autres cas, de trop grandes différences de puissance peuvent nuire aux performances. C'est ce qu'on appelle généralement le problème du *near-far*.

### C.5 Modèles de canaux incluant la normalisation de la puissance

Les modèles de canaux peuvent être ajustés afin d'y inclure la normalisation des canaux. Pour ce faire, on supposera que les phénomènes par rapport auquel la puissance est normalisée sont de valeur constante. Dans le cas où les effets de distance et de *shadowing* sont compensés, on se retrouvera avec un canal à variance constante variant selon une certaine distribution, comme la distribution de Rayleigh. Pour un canal à plusieurs chemins, on aura :

$$\sum_l \sigma_{h,l}^2 = Cte \quad (C.16)$$

Dans le cas où les effets à court terme sont compensés, la puissance sera constante. Pour un canal à plusieurs chemins, on aura :

$$\sum_l |h_l|^2 = Cte \quad (C.17)$$

Notons que des techniques de précodage permettent souvent d'éliminer les interférences inter-symboles. Ces techniques ne seront pas détaillées ici. Cependant, leur application permet de retrouver un canal constant sans mémoire, ou simplement un délai.

Dans ce mémoire, on considèrera généralement que la normalisation des canaux est efficace. De plus, on supposera qu'elle est parfaite pour fins de simulation, mais les méthodes développées ne supposeront pas cette perfection. On élimine donc les variations de performances dues à la diversité en puissance.



## Annexe D – Statistiques des signaux

### D.1 Calcul du LLR à partir du signal

On cherche la fonction de vraisemblance logarithmique que le message soit 1 étant donné le signal reçu  $\Lambda(r)$  :

Soit la distribution gaussienne :

$$f(r, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1)$$

Et la moyenne étant le gain du canal  $\mu = h$  :

$$f(r, h, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-h}{\sigma}\right)^2} \quad (2)$$

Le LLR du signal est défini par :

$$\Lambda(r) = \ln \left( \frac{P(x=1|r)}{P(x=-1|r)} \right) \quad (3)$$

En utilisant le théorème de Bayes, on a :

$$\Lambda(r) = \ln \left( \frac{(P(r|x=1)P(x=1))/P(r)}{(P(r|x=-1)P(x=-1))/P(r)} \right) \quad (4)$$

Avec  $P(x = 1) = P(x = -1) = 1/2$ , on obtient :

$$\Lambda(r) = \ln \left( \frac{P(r|x=1)}{P(r|x=-1)} \right) \quad (5)$$

On substitut la probabilité  $P(r|x = 1)$  par  $f(r, h, \sigma^2)$  :

$$\Lambda(r) = \ln \left( \frac{f(r, h, \sigma^2)}{f(r, -h, \sigma^2)} \right) \quad (6)$$

$$\Lambda(r) = \ln \left( \frac{e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r-h}{\sigma} \right)^2}}{e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r+h}{\sigma} \right)^2}} \right) \quad (7)$$

$$\Lambda(r) = \ln \left( e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r-h}{\sigma} \right)^2} \right) - \ln \left( e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r+h}{\sigma} \right)^2} \right) \quad (8)$$

$$\Lambda(r) = \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{r-h}{\sigma} \right)^2 \right) - \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{r+h}{\sigma} \right)^2 \right) \quad (9)$$

$$\Lambda(r) = \frac{1}{2} \left( \frac{r+h}{\sigma} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{r-h}{\sigma} \right)^2 \quad (10)$$

$$\Lambda(r) = \frac{1}{2\sigma^2} [(r+h)^2 - (r-h)^2] \quad (11)$$

$$\Lambda(r) = \frac{1}{2\sigma^2} [(r^2 + 2hr + h^2) - (r^2 - 2hr + h^2)] \quad (12)$$

On obtient finalement

$$\Lambda(r) = \frac{2hr}{\sigma^2} \quad (13)$$

## D.2 Calcul de la probabilité à partir du signal

On cherche la probabilité que le message soit 1 étant donné le signal reçu :  $P(x = 1|r)$

Théorème de Bayes

$$P(x = 1|r) = \frac{P(r|x=1)P(1)}{P(r)} \quad (14)$$

Avec :

$$P(1) = P(-1) = \frac{1}{2} \quad (15)$$

et :

$$P(r) = P(1)f(r, h, \sigma^2) + P(-1)f(r, -h, \sigma^2) = \frac{1}{2}(f(r, h, \sigma^2) + f(r, -h, \sigma^2)) \quad (16)$$

On obtient :

$$P(x = 1|r) = \frac{f(r, h, \sigma^2)}{f(r, h, \sigma^2) + f(r, -h, \sigma^2)} \quad (17)$$

Avec :

$$f(r, h, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-h}{\sigma}\right)^2} \quad (18)$$

Et:

$$P(x = 1|r) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-h}{\sigma}\right)^2}}{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-h}{\sigma}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r+h}{\sigma}\right)^2}} \quad (19)$$

On peut réécrire :

$$P(x = 1|r) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r+h}{\sigma}\right)^2} e^{\frac{1}{2}\left(\frac{r-h}{\sigma}\right)^2}} = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{2\sigma^2}((r-h)^2 - (r+h)^2)}} = \frac{1}{1 + e^{-\frac{2rh}{\sigma^2}}} \quad (20)$$

### D.3 Calcul des relations entre les différentes statistiques

Dans cette section, on montre comment calculer l'espérance d'un signal à partir du LLR. Pour ce faire, on recalcule la probabilité d'un signal comme étape intermédiaire. À partir de la probabilité, il est aisé de calculer l'espérance. Le calcul de la variance est quant à lui effectué directement à partir de l'espérance.

#### D.3.1 Calcul de la probabilité à partir du LLR

Le LLR est défini par :

$$\Lambda(r) = \ln \left( \frac{P(x=1|r)}{P(x=-1|r)} \right) \quad (21)$$

Avec la relation :

$$P(x = -1|r) = 1 - P(x = 1|r) \quad (22)$$

Il est possible d'isoler la probabilité :

$$e^{\Lambda(r)} = \frac{P(x=1|r)}{1-P(x=1|r)} \quad (23)$$

$$e^{\Lambda(r, \sigma^2)}(1 - P(x = 1|r)) = P(x = 1|r) \quad (24)$$

$$P(x = 1|x) = \frac{e^{\Lambda(r)}}{1+e^{\Lambda(r)}} = \frac{1}{e^{-\Lambda(x, \sigma^2)} + 1} = \frac{e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)}}{e^{\frac{1}{2}\Lambda(x, \sigma^2)} + e^{-\frac{1}{2}\Lambda(r)}} \quad (25)$$

### D.3.2 Espérance à partir de la probabilité

À partir de la probabilité, le calcul de l'espérance est direct :

$$E(x) = P(s = 1|r)(+1) + P(s = -1|r)(-1) \quad (26)$$

$$E(x) = P(s = 1|r) - (1 - P(s = 1|r)) = 2P(s = 1|r) - 1 \quad (27)$$

### D.3.3 Espérance à partir du LLR

Bien qu'il soit déjà possible d'obtenir l'espérance, en effectuant une substitution, il est possible de réduire la complexité :

$$E(x) = 2 \frac{e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)}}{e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)} + e^{-\frac{1}{2}\Lambda(r)}} - 1 \quad (28)$$

$$E(x) = \frac{2e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)} - \left( e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)} + e^{-\frac{1}{2}\Lambda(r)} \right)}{e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)} + e^{-\frac{1}{2}\Lambda(r)}} \quad (29)$$

$$E(x) = \frac{e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)} - e^{-\frac{1}{2}\Lambda(r)}}{e^{\frac{1}{2}\Lambda(r)} + e^{-\frac{1}{2}\Lambda(r)}} = \tanh\left(\frac{1}{2}\Lambda(r)\right) \quad (30)$$

Notons qu'en implémentation, cette fonction peut se résumer à une recherche dans une table. Cette table inclura le facteur  $\frac{1}{2}$ .

#### D.3.4 Variance à partir de l'espérance

Calculons finale la variance. La variance par définition est :

$$V(x) = P(x = 1|r)(1 - E(x))^2 + P(x = -1|r)(-1 - E(x))^2 \quad (31)$$

En développant, on a :

$$V(x) = P(x = 1|r)(E(x)^2 - 2E(x) + 1) + P(x = -1|r)(E(x)^2 + 2E(x) + 1) \quad (32)$$

Aussi :

$$E(x) = 2P(x = 1|r) - 1 \quad (33)$$

$$P(x = 1|r) = \frac{E(x)+1}{2}, \quad P(x = -1|r) = 1 - \frac{E(x)+1}{2} = \frac{1-E(x)}{2} \quad (34)$$

En substituant :

$$V(x) = \frac{E(x) + 1}{2}(E(x)^2 - 2E(x) + 1) + \frac{1 - E(x)}{2}(E(x)^2 + 2E(x) + 1)$$

$$V(x) = \frac{1}{2}[(E(x) + 1)(E(x)^2 - 2E(x) + 1) + (1 - E(x))(E(x)^2 + 2E(x) + 1)] \quad (35)$$

$$V(x) = \frac{1}{2}[E(x)((E(x)^2 - 2E(x) + 1) - (E(x)^2 + 2E(x) + 1)) + 2(E(x)^2 + 1)] \quad (36)$$

$$V(x) = \frac{1}{2}[E(x)((-2E(x)) - (2E(x))) + 2(E(x)^2 + 1)] = \frac{1}{2}[-4E(x)^2 + 2(E(x)^2 + 1)] \quad (37)$$

On a finalement simplement :

$$V(x) = 1 - E(x)^2 \quad (38)$$

Notons qu'en implémentation, il est possible de tabuler aussi l'équation de la variance.

## **Annexe E – Statistiques des signaux bribes pour signaux réels, complexes et variant dans le temps**

Une fois les LLRs déterminés, on peut évaluer les statistiques du signal. Notons que dans le cas où le signal est codé, ces statistiques sont calculées après décodage à décision douce. À partir du LLR, on cherche donc à calculer l'espérance et la variance de chaque bit représenté.

On a pour l'espérance :

$$E(x) = \tanh\left(\frac{1}{2}LLR(x)\right) \quad (39)$$

Notons qu'à partir de la probabilité, le calcul est plus simple :

$$E(s) = P(s = 1|x) - (1 - P(s = 1|x)) = 2P(s = 1|x) - 1 \quad (40)$$

La variance pourrait se calculer directement à partir du LLR. Cependant, il est possible de déterminer celle-ci à partir de l'espérance très simplement :

$$V(x) = 1 - E(x)^2 \quad (41)$$

### **E.1 Détection bribe par bribe pour des signaux QPSK et des canaux complexes**

L'IDMA peut être adapté pour utiliser la modulation QPSK [Ping06]. Pour ce faire, un canal complexe doit être employé.

## E.2 Mappage en symboles QPSK

Les différents systèmes IDMA peuvent utiliser une modulation QPSK. Le mappage en symboles QPSK peut se représenté aisément à l'aide des nombres complexes. Le mappage prend deux bits consécutifs et les transforme en un seul symbole. En équation, on peut écrire :

$$s(n) = x(2n) + jx(2n + 1) \quad (42)$$

où  $j^2 = -1$ .

Dans la chaîne de transmission, le mappage en symboles QPSK peut se faire à plusieurs endroits. On illustre les différents emplacements possible du mappage en symboles QPSK et en détaille les implications dans l'annexe D.

## E.3 Approche Bayesienne pour les modulations QPSK

La détection des signaux basée sur l'approche Bayesienne nécessite l'utilisation de la variance de l'interférence résiduelle. Or, la variance d'un signal complexe peut être différente pour la partie réelle et imaginaire. De plus, les deux composantes peuvent être corrélées.

Supposons un signal ayant une distribution complexe :

$$Z = X + j * Y \quad (43)$$

où  $X$  et  $Y$  sont distribués normalement et centrés sur 0. On a alors les statistiques suivantes :

- $\sigma_X^2$ , la variance de  $X$
- $\sigma_Y^2$ , la variance de  $Y$

- $\sigma_{XY}$ , la covariance entre X et Y

La distribution normale complexe peut dans ce cas être traitée comme une distribution à deux variables réelle. Le développement [Caza-Szoka12b] mis en annexe utilise cette distribution.

Une autre méthode pour traiter la distribution complexe est de multiplier le signal reçu par le conjugué du canal. Cette approche montrée dans [Ping06] permet de séparer les parties réelles et imaginaires du signal. Dans le développement de la détection du signal en OFDM, cette approche est utilisée. C'est aussi le cas dans la détection du canal MIMO-OFDM développé dans ce mémoire. Signalons que pour le MIMO-OFDM-IDMA, [Shikida10] considère l'interférence résiduelle comme étant égale pour la partie réelle et imaginaire. La variance est considérée pour le symbole entier et non pour chaque phase des bribes.

Notons qu'il n'y a pas un immense avantage d'utiliser la modulation QPSK comparativement au BPSK, tant qu'un canal complexe est employé. Effectivement, lorsque le canal complexe est utilisé pour une modulation BPSK, les signaux bribes reçus sont répartis en phase de manière aléatoire. Le doublement de la capacité est approximativement conservé. L'utilisation du QPSK permet d'assurer que la puissance soit répartie uniformément sur tous les angles. Toutefois, cet avantage diminue au fur et à mesure que le nombre d'utilisateurs augmente.



#### **E.4 Détection bribe par bribe canaux sans mémoire variant dans le temps ou pour canaux avec démodulation OFDM**

Lorsque le canal est sans mémoire, il n'y a plus de corrélation entre les différentes bribes et les trois méthodes deviennent équivalentes. Aussi, dans le cas où un système OFDM est utilisé, la réponse impulsionnelle des différents usagers devient une impulsion de Dirac. Cependant, cette impulsion varie d'une donnée à l'autre, en phase et en amplitude.

L'aspect « variant d'une donnée à l'autre » est délicate dans le cas du CDMA, puisque l'orthogonalité des codes est perdue avec le canal. De plus, plus la réponse impulsionnelle est longue, plus la réponse fréquentielle est accidentée. Par contre, l>IDMA ne compte absolument pas sur l'orthogonalité des codes. Même si les performances peuvent être affectées par des réponses fréquentielles accidentées, l>IDMA peut demeurer efficace. De plus, l>IDMA peut aussi profiter de ce type de canal en exploitant la diversité fréquentielle.

Dans l'annexe M, on redéveloppe les équations de l'OFDM-IDMA. Ce ne sont toutefois que des modifications triviales par rapport à la détection pour système QPSK de [Ping06].

Une approche efficace pour traiter l'interférence est l'OFDM (Orthogonal frequency-division multiplexing). Celle-ci nécessite l'usage de transformées de Fourier, mais permet de traiter l'interférence inter-symboles sans avoir à faire appel à la déconvolution, à des décodages tenant compte des interférences inter-symboles [Koch90] ou des techniques de recombinaisons telles que présentées dans ce mémoire.

Dans l'annexe suivante, les équations d'un système OFDM-IDMA sont présentées et sont identiques au cas d'un système à canal variant dans le temps.

## Annexe F – Positionnement du mappage en symboles QPSK dans la chaîne de transmission

On illustre les différents emplacements possible du mappage en symboles QPSK et en détaille les implications. La figure F-1 montre quatre positions que peut prendre le mappage dans la chaîne de transmission.

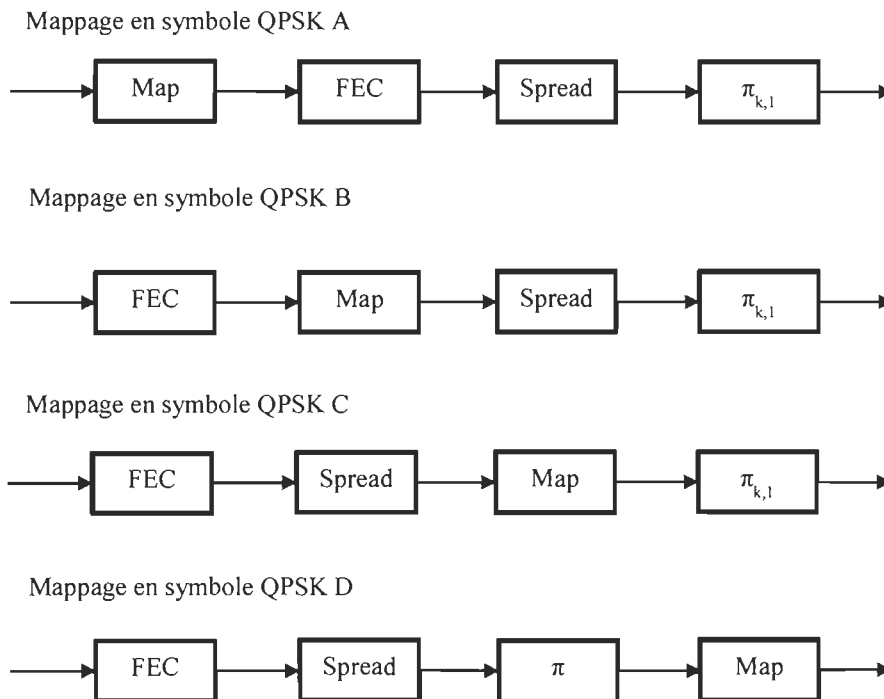


Figure F-1 Différentes positions pour le mappage QPSK

Pour la configuration A, en étant avant l'encodeur de type FEC, cela permet d'utiliser des FEC pour symboles non-binaires. Il serait cependant possible d'utiliser un FEC pour la

partie réelle et une autre pour la partie imaginaire. Aussi, il serait possible d'utiliser les techniques de codage en treillis, possiblement avec des modulations plus complexes que le QPSK.

Pour la configuration B, le mappage s'effectue après le FEC et avant l'étalement. Donc, il y aura une certaine corrélation entre les bribes des différentes phases. Cette corrélation sera plus significative au fur et à mesure que l'annulation d'interférence s'effectuera. De plus, les bits de codes FEC sur le symbole proviendront d'emplacement consécutifs. Une possibilité pour minimiser ce problème est d'ajouter un autre entrelaceur avant le mappage de type ligne-colonne. Mais cela ne règle pas la corrélation liée à l'étalement qui suit le mappage.

La configuration C met l'étalement avant le mappage. Cela ne réduit cependant pas la corrélation car plusieurs symboles consécutifs proviendront du même bit de code du FEC. Un entrelaceur ligne-colonne viendrait corriger efficacement cet effet. La figure suivante montre la position du deuxième entrelaceur et le nomme  $T$  étant donné que l'entrelaceur revient à une transposition matricielle.

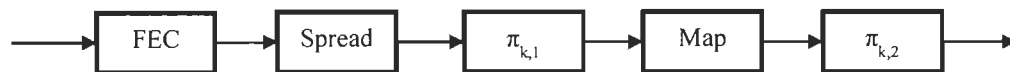


Figure F-2 Mappage en symbole QPSK avec un second entrelaceur

La dernière configuration utilise le mappage après l'entrelaceur. Cela règle donc tous les problèmes de corrélation. Ou presque. Contrairement à la configuration de la figure F-2 avec les 2 entrelaceurs, il est possible que des bribes appartenant au même symbole soient mappés ensemble, surtout si l'étalement est grand et que la taille des blocs de données est

petite. Un autre désavantage de cette configuration est que les bribes d'un même bit codé ne se répartissent pas équitablement sur les deux phases. Cela réduit la robustesse à une interférence de type BPSK.

Dans la littérature, il est rare que le positionnement du mappage dans la chaîne de transmission soit explicité. De plus, beaucoup d'articles utilisent simplement des modulations BPSK. On remarque cependant que la configuration D est la configuration de prédilection [Ping06] ne fait pas allusion. Cependant, à partir de sa manière de décodé, on peut deviner que la configuration D est employée. [Lim07] et [Shikida10] quant à eux montrent de façon explicite que c'est la configuration D qui est employée. Notons aussi que [Xia05], en CDMA utilise une configuration ressemblant à la configuration B mais utilise des entrelaceurs différents pour les différentes phases.

Pour le présent mémoire, c'est la configuration D, avec le mappage après l'entrelaceur qui est utilisé car il nécessite un bloc de moins. Cependant, des performances similaires, voire meilleures pourraient logiquement être atteintes avec la configuration C avec un second entrelaceur.

On aurait pu aussi faire varier la position par rapport au MIMO dans le cas de codes STBC. C'est le même type d'effets qui seraient à considérer. Notons finalement que les mêmes principes peuvent s'appliquer pour les modulations QAM. Cependant, dans la littérature, on ne trouve pas de systèmes IDMA pour des modulations au-delà de QAM-4.

## Annexe G – Calcul du LLR avec une distribution sur le gain

### G.1 Calcul du LLR avec une distribution sur le gain d'une seule bribe

Dans cette annexe, on montre que l'effet d'une incertitude sur l'estimé du gain peut se traduire exactement par une variance additionnelle au niveau du calcul du LLR.

En supposant un bruit de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$  et un estimé  $\hat{h}$  non biaisé du gain tel que :

$$p(h) = \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \quad (44)$$

On a la distribution conjointe du signal et de l'estimé du canal :

$$p(r, \hat{h} | x = \pm 1) = p(\hat{h}) p(r | x = \pm 1) \quad (45)$$

En considérant  $r$  et  $\hat{h}$  indépendant, on peut intégrer sur  $h$  pour obtenir :

$$p(r | x = \pm 1) = \int_h p(h) p(r | h, x = \pm 1) dh \quad (46)$$

La distribution  $p(r | h, x = \pm 1)$  est quant à elle donnée par :

$$p(r | h, x = \pm 1) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r \mp h}{\sigma}\right)^2\right) \quad (47)$$

En effectuant la substitution, on obtient :

$$p(r | x = \pm 1) = \int_h \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r \mp h}{\sigma}\right)^2\right) dh \quad (48)$$

La suite détaille la résolution de l'intégrale :

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r\mp h}{\sigma}\right)^2\right) dh \quad (49)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2 + \left(\frac{r\mp h}{\sigma}\right)^2\right)\right) dh \quad (50)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{h^2-2h\hat{h}+\hat{h}^2}{\sigma_h^2}\right) + \left(\frac{r^2\mp 2rh+h^2}{\sigma^2}\right)\right)\right) dh \quad (51)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{\sigma_h^2} + \frac{-2h\hat{h}}{\sigma_h^2} + \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{r^2}{\sigma^2} + \frac{\mp 2rh}{\sigma^2} + \frac{h^2}{\sigma^2}\right)\right) dh \quad (52)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{\sigma_h^2} + \frac{h^2}{\sigma^2} + \frac{-2h\hat{h}}{\sigma_h^2} + \frac{\mp 2rh}{\sigma^2} + \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{r^2}{\sigma^2}\right)\right) dh \quad (53)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(h^2\left(\frac{1}{\sigma_h^2} + \frac{1}{\sigma^2}\right) - 2h\left(\frac{\hat{h}}{\sigma_h^2} \pm \frac{r}{\sigma^2}\right) + \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{r^2}{\sigma^2}\right)\right) dh \quad (54)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(h^2\left(\frac{\sigma^2+\sigma_h^2}{\sigma_h^2\sigma^2}\right) - 2h\left(\frac{\hat{h}\sigma^2\pm r\sigma_h^2}{\sigma_h^2\sigma^2}\right) + \left(\frac{\hat{h}^2\sigma^2+r^2\sigma_h^2}{\sigma_h^2\sigma^2}\right)\right)\right) dh \quad (55)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(h^2(\sigma^2 + \sigma_h^2) - 2h(\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2) + \hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2\right)\right) dh \quad (56)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(h^2(\sigma^2 + \sigma_h^2) - 2h(\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2)\right)\right) dh \quad (57)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(h^2 - 2h\left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)\right)\right) dh \quad (58)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(h^2 - 2h\left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right) + \left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)^2 - \left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)^2\right)\right) dh \quad (59)$$

$$p(r|x = \pm 1) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(\left(h - \left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)\right)^2 - \left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)^2\right)\right) dh \quad (60)$$



$$p(r|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2+\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(-\left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2+\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2+\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(h - \frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2+\sigma_h^2}\right)^2\right) dh \quad (61)$$

$$p(r|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2+\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(-\left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2+\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) \int_{h'} \exp\left(-\frac{\sigma^2+\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}h'^2\right) dh' \quad (62)$$

Il est bien connu que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (63)$$

On a donc :

$$p(r|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2+\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(-\left(\frac{\hat{h}\sigma^2 \pm r\sigma_h^2}{\sigma^2+\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) \sqrt{\frac{2\pi\sigma_h^2\sigma^2}{\sigma^2+\sigma_h^2}} \quad (64)$$

Le calcul du LLR s'effectue comme suit :

$$eESE = \log\left(\frac{p(r|x=+1)}{p(r|x=-1)}\right) \quad (65)$$

On a alors :

$$eESE = \log \left( \frac{\frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left(-\frac{\hat{h}\sigma^2 + r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)^2\right)}{\frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + r^2\sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left(-\frac{\hat{h}\sigma^2 - r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)^2\right)} \sqrt{\frac{2\pi\sigma_h^2\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}} \right) \quad (66)$$

Cette expression complexe peut se simplifier :

$$eESE = \log \left( \frac{\exp\left(-\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left(-\frac{\hat{h}\sigma^2 + r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left(-\frac{\hat{h}\sigma^2 - r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2}\right)^2\right)} \right) \quad (67)$$

$$eESE = \left( -\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left( -\left( \frac{\hat{h}\sigma^2 + r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2} \right)^2 \right) \right) - \left( -\frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left( -\left( \frac{\hat{h}\sigma^2 - r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2} \right)^2 \right) \right) \quad (68)$$

$$eESE = \frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left( \left( -\left( -\left( \frac{\hat{h}\sigma^2 + r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2} \right)^2 \right) \right) - \left( -\left( -\left( \frac{\hat{h}\sigma^2 - r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2} \right)^2 \right) \right) \right) \quad (69)$$

$$eESE = \frac{\sigma^2 + \sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2} \left( \left( \frac{\hat{h}\sigma^2 + r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2} \right)^2 - \left( \frac{\hat{h}\sigma^2 - r\sigma_h^2}{\sigma^2 + \sigma_h^2} \right)^2 \right) \quad (70)$$

$$eESE = \frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2 + \sigma_h^2)} \left( (\hat{h}\sigma^2 + r\sigma_h^2)^2 - (\hat{h}\sigma^2 - r\sigma_h^2)^2 \right) \quad (71)$$

$$eESE = \frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2 + \sigma_h^2)} \left( ((\hat{h}\sigma^2)^2 + 2\hat{h}\sigma^2 r\sigma_h^2 + (r\sigma_h^2)^2) - ((\hat{h}\sigma^2)^2 - 2\hat{h}\sigma^2 r\sigma_h^2 + (r\sigma_h^2)^2) \right) \quad (72)$$

$$eESE = \frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2 + \sigma_h^2)} \left( 2\hat{h}\sigma^2 r\sigma_h^2 - (-2\hat{h}\sigma^2 r\sigma_h^2) \right) \quad (73)$$

$$eESE = \frac{2\hat{h}\sigma^2 r\sigma_h^2}{\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2 + \sigma_h^2)} \quad (74)$$

On retrouve finalement simplement :

$$eESE = \frac{2\hat{h}r}{(\sigma^2 + \sigma_h^2)} \quad (75)$$

## G.2 Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement

Dans cette annexe, on montre que l'effet d'une incertitude sur l'estimé du gain peut se traduire exactement par une variance additionnelle au niveau du calcul du LLR, même lorsqu'un étalement est considéré. Cependant, la variance additionnelle est fonction de la longueur de l'étalement. En supposant un bruit de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$  et un estimé  $\hat{h}$  non biaisé du gain tel que :

$$p(h) = \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h - \hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \quad (76)$$

On a la distribution conjointe du signal et de l'estimé du canal :

$$p(r, \hat{h} | x = \pm 1) = p(\hat{h}) p(r | x = \pm 1) \quad (77)$$

Aussi, un étalement est considéré. Sans perte de généralité, on peut traiter le cas du code d'étalement (1,1,1,...,1). Le signal  $r$  est remplacé par un vecteur.

$$p(\vec{r}, \hat{h} | x = \pm 1) = p(\hat{h}) p(\vec{r} | x = \pm 1) \quad (78)$$

En considérant  $\vec{r}$  et  $\hat{h}$  indépendant, on peut intégrer sur  $h$  pour obtenir :

$$p(\vec{r} | x = \pm 1) = \int_h p(h) p(\vec{r} | h, x = \pm 1) dh \quad (79)$$

Les différents éléments de  $\vec{r}$  ont une moyenne et une variance identique, sont indépendant. La distribution  $p(\vec{r} | h, x = \pm 1)$  est donc donnée par :

$$p(\vec{r} | h, x = \pm 1) = \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}\right)^N \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_2 \mp h}{\sigma}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_N \mp h}{\sigma}\right)^2\right) \quad (80)$$

En effectuant la substitution, on obtient :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \int_h \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}\right)^N \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r_N \mp h}{\sigma}\right)^2\right) dh \quad (81)$$

La suite détaille la résolution de l'intégrale :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{r_N \mp h}{\sigma}\right)^2\right) dh \quad (82)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2 + \left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma}\right)^2 + \dots + \left(\frac{r_N \mp h}{\sigma}\right)^2\right)\right) dh \quad (83)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{h^2 - 2h\hat{h} + \hat{h}^2}{\sigma_h^2}\right) + \left(\frac{r_1^2 \mp 2r_1 h + h^2}{\sigma^2}\right) + \dots + \left(\frac{r_N^2 \mp 2r_N h + h^2}{\sigma^2}\right)\right)\right) dh \quad (84)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{h^2 - 2h\hat{h} + \hat{h}^2}{\sigma_h^2}\right) + \left(\frac{(r_1^2 + \dots + r_N^2) \mp 2(r_1 + \dots + r_N)h + Nh^2}{\sigma^2}\right)\right)\right) dh \quad (85)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{\sigma_h^2} + \frac{-2h\hat{h}}{\sigma_h^2} + \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{(r_1^2 + \dots + r_N^2)}{\sigma^2} + \frac{\mp 2(r_1 + \dots + r_N)h}{\sigma^2} + \frac{Nh^2}{\sigma^2}\right)\right) dh \quad (86)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(h^2\left(\frac{1}{\sigma_h^2} + \frac{N}{\sigma^2}\right) + 2h\left(\frac{-\hat{h}}{\sigma_h^2} + \frac{\mp(r_1 + \dots + r_N)}{\sigma^2}\right) + \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{(r_1^2 + \dots + r_N^2)}{\sigma^2}\right)\right) dh \quad (87)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2}\left(h^2\left(\frac{1}{\sigma_h^2} + \frac{N}{\sigma^2}\right) + 2h\left(\frac{-\hat{h}}{\sigma_h^2} + \frac{\mp(r_1 + \dots + r_N)}{\sigma^2}\right) + \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{(r_1^2 + \dots + r_N^2)}{\sigma^2}\right)\right) dh \quad (88)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(h^2(\sigma^2 + N\sigma_h^2) + 2h(-\hat{h}\sigma^2 \mp (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2) + \hat{h}^2\sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2)\sigma_h^2\right)\right) dh \quad (89)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(\hat{h}^2\sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2)\sigma_h^2\right)\right) \int_h \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left(h^2(\sigma^2 + N\sigma_h^2) + 2h(-\hat{h}\sigma^2 \mp (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2)\right)\right) dh \quad (90)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2)\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2+N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}(h^2 + 2h\frac{(-\hat{h}\sigma^2\mp(r_1+\dots+r_N)\sigma_h^2)}{\sigma^2+N\sigma_h^2})\right) dh \quad (91)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2)\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2+N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}(h^2 + 2h\frac{(-\hat{h}\sigma^2\mp(r_1+\dots+r_N)\sigma_h^2)}{\sigma^2+N\sigma_h^2})\right) dh \quad (92)$$

Par complétion du carré, on a :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2)\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2+N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}(h^2 + 2h\frac{-\hat{h}\sigma^2\mp(r_1+\dots+r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2+N\sigma_h^2} + \left(\frac{-\hat{h}\sigma^2\mp(r_1+\dots+r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2+N\sigma_h^2}\right)^2 - \left(\frac{-\hat{h}\sigma^2\mp(r_1+\dots+r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2+N\sigma_h^2}\right)^2\right) dh \quad (93)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2}\sigma_h\sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2}(\hat{h}^2\sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2)\sigma_h^2)\right) \int_h \exp\left(-\frac{\sigma^2+N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2}\left((h + \frac{-\hat{h}\sigma^2\mp(r_1+\dots+r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2+N\sigma_h^2})^2 - \left(\frac{-\hat{h}\sigma^2\mp(r_1+\dots+r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2+N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) dh \quad (94)$$

$$\begin{aligned}
& p(\vec{r}|x = \pm 1) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{(N+1)}{2}} \sigma_h \sigma^N} \exp \left( -\frac{1}{2\sigma_h^2 \sigma^2} (\hat{h}^2 \sigma^2 \right. \\
&+ (r_1^2 \\
&+ \dots + r_N^2) \sigma_h^2) \exp \left( -\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left( -\left( \frac{-\hat{h}\sigma^2 \mp (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2} \right)^2 \right) \right) \int_h \exp \left( -\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left( h \right. \right. \\
&+ \left. \left. \frac{-\hat{h}\sigma^2 \mp (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2} \right)^2 \right) dh \\
& \tag{95}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p(\vec{r}|x = \pm 1) = \\
& \frac{1}{(2\pi)^{\frac{(N+1)}{2}} \sigma_h \sigma^N} \exp \left( -\frac{1}{2\sigma_h^2 \sigma^2} (\hat{h}^2 \sigma^2 + \right. \\
& (r_1^2 + \\
& \dots + r_N^2) \sigma_h^2) \exp \left( -\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left( -\left( \frac{-\hat{h}\sigma^2 \mp (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2} \right)^2 \right) \right) \int_{h'} \exp \left( -\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} h'^2 \right) dh \tag{96}
\end{aligned}$$

Il est bien connu que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \tag{97}$$

On a donc :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) =$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{(N+1)}{2}} \sigma_h \sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2 \sigma^2} (\hat{h}^2 \sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2) \sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 \mp (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) \sqrt{\frac{2\pi\sigma_h^2 \sigma^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}} \quad (98)$$

Le calcul du LLR s'effectue comme suit :

$$eESE = \log\left(\frac{p(r|x=+1)}{p(r|x=-1)}\right) \quad (99)$$

On a alors :

$$eESE = \log\left(\frac{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{(N+1)}{2}} \sigma_h \sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2 \sigma^2} (\hat{h}^2 \sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2) \sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 - (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) \sqrt{\frac{2\pi\sigma_h^2 \sigma^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}}}{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{(N+1)}{2}} \sigma_h \sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_h^2 \sigma^2} (\hat{h}^2 \sigma^2 + (r_1^2 + \dots + r_N^2) \sigma_h^2)\right) \exp\left(-\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 + (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) \sqrt{\frac{2\pi\sigma_h^2 \sigma^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}}}\right) \quad (100)$$

Cette expression complexe peut se simplifier :

$$eESE = \log\left(\frac{\exp\left(-\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 - (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right)}{\exp\left(-\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 + (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right)}\right) \quad (101)$$

$$eESE =$$

$$\left(-\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 - (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) - \left(-\frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 + (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) \quad (102)$$

$$eESE = \frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(\left(-\left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 - (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right) - \left(-\left(-\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 + (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right)\right)\right) \quad (103)$$

$$eESE = \frac{\sigma^2 + N\sigma_h^2}{2\sigma_h^2 \sigma^2} \left(\left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 - (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2 - \left(\frac{-\hat{h}\sigma^2 + (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{\sigma^2 + N\sigma_h^2}\right)^2\right) \quad (104)$$



$$eESE = \frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2+N\sigma_h^2)} \left( (-\hat{h}\sigma^2 - (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2)^2 - (-\hat{h}\sigma^2 + (r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2)^2 \right) \quad (105)$$

$$eESE = \frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2+N\sigma_h^2)} \left( \left( (\hat{h}\sigma^2)^2 + 2\hat{h}\sigma^2(r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2 + ((r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2)^2 \right) - \left( (\hat{h}\sigma^2)^2 - 2\hat{h}\sigma^2(r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2 + ((r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2)^2 \right) \right) \quad (106)$$

$$eESE = \frac{1}{2\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2+N\sigma_h^2)} \left( (2\hat{h}\sigma^2(r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2) - (-2\hat{h}\sigma^2(r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2) \right) \quad (107)$$

$$eESE = \frac{4\hat{h}\sigma^2(r_1 + \dots + r_N)\sigma_h^2}{2\sigma_h^2\sigma^2(\sigma^2+N\sigma_h^2)} \quad (108)$$

On retrouve finalement simplement :

$$eESE = \frac{2\hat{h}\sum_n r_n}{(\sigma^2+N\sigma_h^2)} \quad (109)$$

On voit donc que le LLR total n'est pas une somme des LLRs individuels :

$$\frac{2\hat{h}\sum_n r_n}{(\sigma^2+N\sigma_h^2)} \neq \sum_n \frac{2\hat{h}r_n}{(\sigma^2+\sigma_h^2)} \quad (110)$$

### G.3 Calcul du LLR avec une incertitude sur le gain et un étalement avec un SNR variable

Dans cette annexe, on montre comment calculer le LLR d'un signal contenant une incertitude sur l'estimé du gain, lorsque l'effet de l'étalement et d'un bruit de variance variable sont considéré. En supposant un bruit de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$  et un estimé  $\hat{h}$  non biaisé du gain tel que :

$$p(h) = \frac{1}{\sigma_h\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{h-\hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \quad (111)$$

On a la distribution conjointe du signal et de l'estimé du canal :

$$p(r, \hat{h}|x = \pm 1) = p(\hat{h}) p(r|x = \pm 1) \quad (112)$$

Aussi, un étalement est considéré. Sans perte de généralité, on peut traiter le cas du code d'étalement (1,1,1,...,1). Le signal  $r$  est remplacé par un vecteur.

$$p(\vec{r}, \hat{h}|x = \pm 1) = p(\hat{h}) p(\vec{r}|x = \pm 1) \quad (113)$$

En considérant  $\vec{r}$  et  $\hat{h}$  indépendant, on peut intégrer sur  $h$  pour obtenir :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \int_h p(h) p(\vec{r}|h, x = \pm 1) dh \quad (114)$$

Les différents éléments de  $\vec{r}$  ont une moyenne et une variance identique, sont indépendant. La distribution  $p(\vec{r}|h, x = \pm 1)$  est donc donnée par :

$$p(\vec{r}|h, x = \pm 1) = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_N (2\pi)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma_1}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_2 \mp h}{\sigma_2}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_N \mp h}{\sigma_N}\right)^2\right) \quad (115)$$

Les variables  $\sigma_n$  peuvent prendre des valeurs différentes. En effectuant la substitution, on obtient :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \int_h \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h - \hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_N (2\pi)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma_1}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_N \mp h}{\sigma_N}\right)^2\right) dh \quad (116)$$

La suite détaille la résolution de l'intégrale.

On pose premièrement une substitution :  $\sigma^{N'} = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_N$ . Celle-ci n'interviendra pas dans le résultat final du LLR puisqu'elle sera annulée. On a :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^{N'}} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h - \hat{h}}{\sigma_h}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma_1}\right)^2\right) \dots \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r_N \mp h}{\sigma_N}\right)^2\right) dh \quad (117)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^N} \int_h \exp\left(-\frac{1}{2} \left( \left(\frac{h - \hat{h}}{\sigma_h}\right)^2 + \left(\frac{r_1 \mp h}{\sigma_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{r_N \mp h}{\sigma_N}\right)^2 \right)\right) dh \quad (118)$$

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^{N'}} \int_h \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \left( \frac{h^2 - 2h\hat{h} + \hat{h}^2}{\sigma_h^2} \right) + \left( \frac{r_1^2 \mp 2r_1 h + h^2}{\sigma_1^2} \right) + \dots + \left( \frac{r_N^2 \mp 2r_N h + h^2}{\sigma_N^2} \right) \right) \right) dh \quad (119)$$

Les termes semblables sont regroupés après avoir mis le dénominateur en commun :

$$\begin{aligned} \frac{r_1^2 \mp 2r_1 h + h^2}{\sigma_1^2} + \dots + \frac{r_N^2 \mp 2r_N h + h^2}{\sigma_N^2} = \\ \frac{r_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2 \mp 2r_1 h \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2 + h^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2} + \dots + \frac{r_N^2 \sigma_1^2 \dots \sigma_{N-1}^2 \mp 2r_N h \sigma_1^2 \dots \sigma_{N-1}^2 + h^2 \sigma_1^2 \dots \sigma_{N-1}^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2} \end{aligned} \quad (120)$$

Pour alléger la notation, les substitutions suivantes sont effectuées :

$$r_n'' = \sqrt{r_n^2 \sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2} \quad (121)$$

$$r_n' = r_n \sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2 \quad (122)$$

$$h_n' = \sqrt{\sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2} \quad (123)$$

$$\sigma_{den}^2 = \sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2 \quad (124)$$

Notons que  $r_n''$  ne se retrouve pas dans le résultat final. On obtient alors :

$$\frac{r_1^2 \mp 2r_1 h + h^2}{\sigma_1^2} + \dots + \frac{r_N^2 \mp 2r_N h + h^2}{\sigma_N^2} = \frac{r_1''^2 \mp 2r_1' h + h h_1'^2}{\sigma_{den}^2} + \dots + \frac{r_N''^2 \mp 2r_N' h + h h_N'^2}{\sigma_{den}^2} \quad (125)$$

On a alors :

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^{N'}} \int_h \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \left( \frac{h^2 - 2h\hat{h} + \hat{h}^2}{\sigma_h^2} \right) + \left( \frac{(r_1''^2 + \dots + r_N''^2) \mp 2(r_1' + \dots + r_N') h + h \sum_n h_n'^2}{\sigma_{den}^2} \right) \right) \right) dh \quad (126)$$

En regroupant encore les termes

$$p(\vec{r}|x = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{(N+1)/2} \sigma_h \sigma^{N'}} \int_h \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{-2h\hat{h}}{\sigma_h^2} + \frac{\hat{h}^2}{\sigma_h^2} + \frac{(r_1'^2 + \dots + r_N'^2)}{\sigma_{den}^2} + \frac{\mp 2(r_1' + \dots + r_N')h}{\sigma_{den}^2} + \frac{N'h^2}{\sigma_{den}^2} \right) \right) dh, \quad N' = \sum_n h_n'^2 \quad (127)$$

On peut appliquer à partir de cette équation une approche similaire au calcul du LLR présentée pour le cas où le SNR est constant. On obtient alors :

$$eESE = \frac{2\hat{h} \sum_n r_n'}{(\sigma_{den}^2 + N' \sigma_h^2)} \quad (128)$$

On remplace maintenant les différentes substitutions. Avec :

$$r_n' = r_n \sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2 \quad (129)$$

On obtient :

$$eESE = \frac{2\hat{h} \sum_n r_n \sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2}{(\sigma_{den}^2 + N' \sigma_h^2)} \quad (130)$$

Avec :

$$\sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2 = \frac{\sigma_{den}^2}{\sigma_n^2} \quad (131)$$

on a :

$$eESE = \frac{2\hat{h} \sigma_{den}^2 \sum_n \frac{r_n}{\sigma_n^2}}{(\sigma_{den}^2 + N' \sigma_h^2)} = \frac{2\hat{h} \sum_n \frac{r_n}{\sigma_n^2}}{\left(1 + \frac{N'}{\sigma_{den}^2} \sigma_h^2\right)} \quad (132)$$

Aussi, avec :

$$N' = \sum_n h_n'^2, \quad h_n' = \sqrt{\sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2}, \quad \sigma_{den}^2 = \sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2 \quad (133)$$

On déduit la relation :

$$\frac{N'}{\sigma_{den}^2} = \frac{\sum_n \sigma_1^2 \dots \sigma_{n-1}^2 \sigma_{n+1}^2 \dots \sigma_N^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2} = \sum_n \frac{1}{\sigma_n^2} \quad (134)$$

Le LLR du signal peut donc s'écrire :

$$eESE = 2 \frac{\hat{h} \sum_n \frac{r_n}{\sigma_n^2}}{1 + \sum_n \frac{1}{\sigma_n^2} \sigma_h^2} \quad (135)$$

Sous une forme mettant en évidence la relation entre les inverses des variances mais plus complexe, on a :

$$eESE = 2 \frac{\frac{\hat{h}}{\sigma_h^2} \sum_n \frac{r_n}{\sigma_n^2}}{\frac{1}{\sigma_h^2} + \sum_n \frac{1}{\sigma_n^2}} \quad (136)$$

## Annexe H – Autre formulation pour la simplification de l'équation de probabilité des états

La probabilité d'un état  $k$  peut être reliée aux probabilités des états précédents et futurs et des probabilités de transition. Par exemple, pour  $P(m_3^t, Y)$  on a le treillis de la figure H-1 :

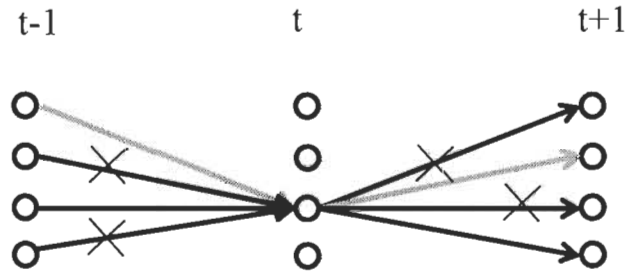


Figure H-1 Treillis des transitions permises

Ce treilli montre toutes les connexions entre les états précédents et futurs avec l'état  $m_3$  du temps  $t$ . Certaines transitions ne sont pas permises et leur valeurs sont automatiquement 0. Pour les autres transitions, les probabilités conjointes

On suppose premièrement que les probabilités aux temps  $t-1$  et  $t+1$  sont connus. La probabilité conjointe de l'état  $k$  et du signal est la double sommation suivante :

$$P(m_k^t, Y) = \sum_a \sum_b P(m_a^{t-1}, Y) P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_{t-1 \rightarrow t}) P(m_k^t \rightarrow m_b^{t+1}, Y_{t \rightarrow t+1}) P(m_b^{t+1}, Y) \quad (137)$$

Ici, les probabilités du type de  $P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_{t-1 \rightarrow t})$  sont les probabilités conjointe entre une transition et signaux reçus  $Y$  associés à la transition correspondante. Ces probabilités sont liées au canal et non à la méthode de décodage. Ce sont les seules probabilités calculables de manière explicite. Le calcul de ces probabilités est donné à la section suivante. Le problème avec l'équation (eq ref a) est qu'elle dépend à la fois des probabilités associées aux états précédents et futurs.

### H.1 Équivalence de la reformulation de l'équation de probabilité des états

L'évaluation des probabilités conjointes entre les transitions et le signal peut se réécrire en tenant compte que chaque  $P(m_k^t, Y)$  peut être représenté par un produit de fonctions dépendant uniquement des données passées, présentes ou futures. En effet, on peut écrire :

$$P(m_a^{t-1}, Y) = \alpha_a(m_k^{t-1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \gamma_a(m_k^{t-1}, Y_t) \beta_a(m_k^{t-1}, Y_{t+1 \rightarrow T}) \quad (138)$$

$$P(m_b^{t+1}, Y) = \alpha_b(m_k^{t+1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \gamma_b(m_k^{t+1}, Y_t) \beta_b(m_k^{t+1}, Y_{t+1 \rightarrow T}) \quad (139)$$

En remplaçant dans (208), on obtient :

$$P(m_k^t, Y) = \sum_a \sum_b \alpha_a(m_k^{t-1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \gamma_a(m_k^{t-1}, Y_t) \beta_a(m_k^{t-1}, Y_{t+1 \rightarrow T}) P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_{t-1 \rightarrow t}) P(m_k^t \rightarrow m_b^{t+1}, Y_{t \rightarrow t+1}) \alpha_b(m_k^{t+1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \gamma_b(m_k^{t+1}, Y_t) \beta_b(m_k^{t+1}, Y_{t+1 \rightarrow T}) \quad (140)$$

$$P(m_k^t, Y) = \sum_a \sum_b [\alpha_a(m_k^{t-1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \gamma_a(m_k^{t-1}, Y_t) \alpha_b(m_k^{t+1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_{t-1 \rightarrow t})] [P(m_k^t \rightarrow m_b^{t+1}, Y_{t \rightarrow t+1}) \beta_a(m_k^{t-1}, Y_{t+1 \rightarrow T}) \gamma_b(m_k^{t+1}, Y_t) \beta_b(m_k^{t+1}, Y_{t+1 \rightarrow T})] \quad (141)$$

$$\alpha(m_k^t, Y_{0 \rightarrow t}) = \sum_a \sum_b \alpha_a(m_k^{t-1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \alpha_b(m_k^{t+1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \gamma_a(m_k^{t-1}, Y_t) P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_{t-1 \rightarrow t}) \quad (142)$$

$$\alpha(m_k^t, Y_{0 \rightarrow t}) = \sum_a \alpha_a(m_k^{t-1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) (\sum_b \alpha_b(m_k^{t+1}, Y_{0 \rightarrow t-1})) \gamma_a(m_k^{t-1}, Y_t) P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_{t-1 \rightarrow t}) \quad (143)$$

On remarque que les deux premiers facteurs dans la sommation sont liés aux données précédents  $t$ . Par définition, on peut réécrire :

$$\alpha(m_k^t, Y_{0 \rightarrow t}) = \sum_a \alpha(m_a^{t-1}, Y_{0 \rightarrow t-1}) \gamma_a(m_k^{t-1}, Y_t) P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_t) \quad (144)$$

où  $\alpha(m_a^{t-1}, Y_{0 \rightarrow t-1})$  est une fonction ne dépendant que des données jusqu'à  $t-1$ . Les deux termes associés ne dépendent que des données de l'instant  $t$ . Ces fonctions peuvent de plus être calculées de manière itérative. On retrouve donc le facteur  $\gamma$ :

$$\gamma(m_a^{t-1}, m_k^t) = \gamma_a(m_k^{t-1}, Y_t) P(m_a^{t-1} \rightarrow m_k^t, Y_t) \quad (145)$$

Des calculs similaires peuvent être démontrés pour  $\beta(m_k^t, Y_{t \rightarrow T})$ .

Cette autre formulation montre l'avantage de la représentation en chaîne de Markov qui simplifie de beaucoup l'analyse.



## **Annexe I – Calcul de l'espérance de la variance du signal décodé avec seulement l'étalement.**

On cherche l'espérance de la variance du signal expliqué. Cette variance est fonction elle-même d'une autre espérance :

$$E[V(x)] = E[1 - E(x)^2] \quad (146)$$

L'espérance externe est développée :

$$E[V(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)(1 - E(x)^2)dx \quad (147)$$

L'espérance interne est quant à elle exprimée en fonction de son LLR :

$$E(x) = \tanh\left(\frac{1}{2} \Lambda(x, \sigma^2)\right) \quad (148)$$

C'est le signal après désétalement qui est considéré. Ce signal s'écrit :

$$\Lambda(x, \sigma^2) = \sum_s \frac{2c_s x_s}{\sigma^2} \quad (149)$$

On peut réécrire de manière équivalente :

$$\Lambda(x, \sigma^2) = S \frac{2x}{\sigma^2} \quad (150)$$

Pour avoir le signal extrinsèque, on retire un des éléments du signal :

$$\Lambda(x, \sigma^2) = (S - 1) \frac{2x}{\sigma^2} \quad (151)$$

De manière équivalente, on a :

$$\Lambda(x, \sigma^2) = \frac{2x}{\sigma^2/(S-1)} \quad (152)$$

La probabilité d'avoir  $x$  est :

$$f(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi/(S-1)}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma^2/(S-1)}\right)^2} \quad (153)$$

On a donc :

$$[V(x)] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi/(S-1)}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma^2/(S-1)}\right)^2} \left(1 - \tanh\left(\frac{x}{\sigma^2/(S-1)}\right)^2\right) dx \quad (154)$$

$$E[V(x)] = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi/(S-1)}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma^2/(S-1)}\right)^2} \tanh\left(\frac{x}{\sigma^2/(S-1)}\right)^2 dx \quad (155)$$

Cette intégrale peut être résolue numériquement. Le graphique de la figure I-1 montre la forme de l'équation :

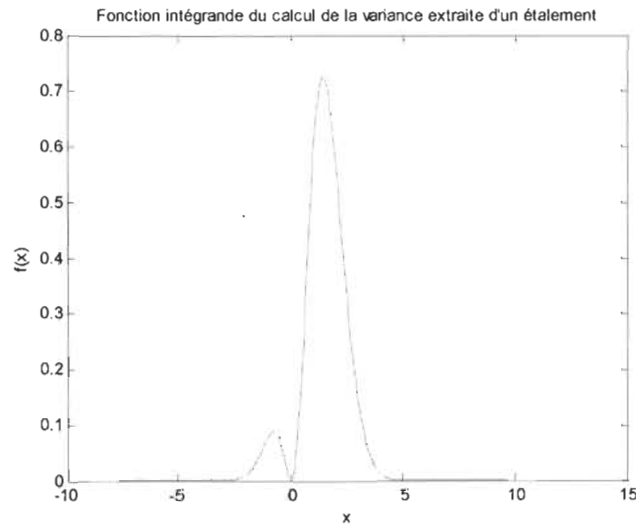


Figure I-1 Fonction intégrande du calcul de la variance extraite d'un échantillon

Notons que cette fonction suppose que le message envoyé est toujours 1. Cette supposition est correcte pour la modulation BPSK. Aussi, le signal  $x$  est considéré après désétalement et retrait de l'information *a priori*. La figure I-2 montre les résultats obtenus par simulation Monte Carlo et par intégration numérique :

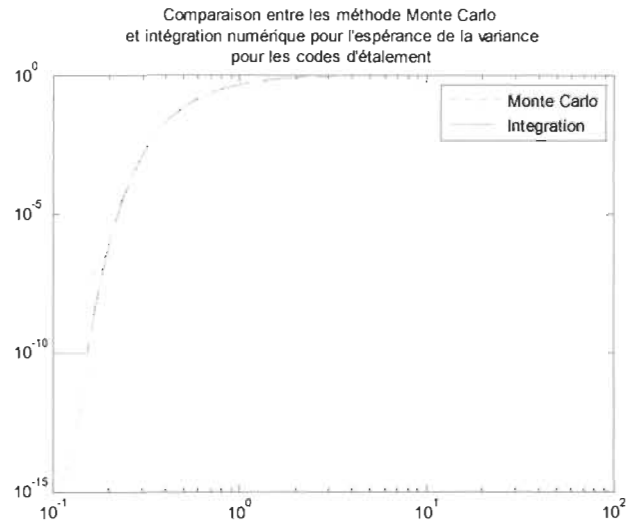


Figure I-2 Espérance de la variance des codes d'étalement

Les deux fonctions donnent des résultats très similaires lorsque la variance n'est pas trop petite. Sous une certaine limite, des problèmes numériques surviennent dans les deux cas, mais sont de faible importance en erreur absolue ( $< 10^{-10}$ )

## Annexe J – Calcul de la valeur extrinsèque du LLR

Cette annexe montre l'effet de la soustraction de l'information à priori lors du décodage. C'est une explication par exemples simples. On montre que l'utilité de l'utilisation des valeurs des valeurs extrinsèques est plus importante lorsque les usagers n'ont pas des codes orthogonaux et lorsque des entrelaceurs différents pour chaque usager sont utilisés. Aussi, on montre un effet d'accumulation qui n'est jamais tenu en compte dans la littérature. Par souci de simplicité, on considère ici l'effet du bruit additif et de l'annulation d'interférence séparément. Aussi, seule les premières itérations du processus d'annulation d'interférence est analysée pour les cas où le système est près de sa capacité maximale. En effet, comme il sera démontré, cette situation permet de considérer l'annulation d'interférence comme étant linéaire.

### J.1 Utilisateurs à code orthogonaux

On commence donc par le décodage d'un système CDMA à quatre usagers pour un bit d'information par usager. Un bruit de variance  $\sigma_n^2$  est ajouté. Cependant, un échantillon du bruit précis est étudié, soit un bruit  $n_1$  au premier instant. Il n'y a pas de codes de type FEC, pas d'entrelaceurs, les canaux sont sans mémoires et les gains sont unitaires. Aussi, on utilise les codes de type Hadamard qui sont parfaitement orthogonaux :

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{var}(n_i) = \sigma_n^2 \quad (156)$$

On considère premièrement l'effet de l'annulation d'interférence parallèle en utilisant l'information *a posteriori*. Évidemment, l'annulation d'interférence n'est d'aucune utilité lorsque les codes sont parfaitement orthogonaux. Aussi, on suppose que  $\sigma_n^2$  est très grand et que  $n_1 \gg 1$ . Dans ce cas particulier, l'annulation d'interférence ne sera pas très efficace et le système est inutile. Cependant, on peut suivre aisément l'effet de l'élément du bruit  $n_1$ . On commence donc par faire le calcul des LLRs de chaque bit, qui est produit après un désétalement des LLRs de chaque bribe (soft-RAKE) :

$$llr(x_i) = \frac{2(4x_i + n_1)}{\sigma_n^2 + 4} \quad (157)$$

Notons que l'écriture est très simple à cause de l'orthogonalité des codes d'étalement.

$$E(x_i) = \tanh\left(\frac{1}{2} llr(x_i)\right) \quad (158)$$

À cause des grandeurs en jeux, il est possible d'approximer la tangente hyperbolique par une série de Maclaurin de premier ordre centré sur zéro représentant l'effet du bruit. On a premièrement :  $E(0) = 0$ . Ensuite, on applique la dérivée à l'espérance :

$$\frac{d}{dn_1} E(x_i) = \frac{d}{dn_1} \tanh\left(\frac{1}{2} llr(x_i)\right) \quad (159)$$

Avec l'identité :

$$\frac{d}{dx} \tanh(x) = 1 - \tanh^2(x) \quad (160)$$

On obtient :

$$\frac{d}{dn_1} E(x_i) = \left(1 - \tanh^2\left(\frac{1}{2} llr(x_i)\right)\right) \frac{d}{dn_1} \frac{1}{2} \left(\frac{2(4x_i + n_1)}{\sigma_n^2 + 4}\right) = \frac{1}{\sigma_n^2} \left(1 - \tanh^2\left(\frac{1}{2} llr(x_i)\right)\right) \quad (161)$$

Étant donné que le bruit est élevé par rapport au signal, on peut négliger le dernier terme et on a donc :

$$\frac{d}{dn_1} E(x_i) \approx \frac{1}{\sigma_n^2 + 4} \quad (162)$$

L'espérance est donc simplement une fonction du bruit  $n_1$  :

$$E(x_i) \approx f(n_1) = \frac{n_1}{\sigma_n^2 + 4} \quad (163)$$

L'interférence à soustraire à l'utilisateur 1 est nommé  $E(\zeta_1)$ . Elle est composée de l'estimation de la somme des interférences causée par tous les autres usagers. Le signal après l'annulation d'interférence s'exprime ainsi :

$$r - E(\zeta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2} \quad (164)$$

En effectuant le dernier produit matriciel, on a :

$$r - E(\zeta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2} \quad (165)$$

En calculant le LLR  $x_1$  à partir de ce signal, on a :

$$\text{LLR}(x_1) = \frac{2 \left( 4x_1 + n_1 + (3-1-1-1) \frac{n_1}{\sigma_n^2} \right)}{\sigma_n^2 + 4} = \frac{2(4x_1 + n_1 + 0)}{\sigma_n^2 + 4} \quad (166)$$

Le LLR n'a donc absolument pas changé. On a dans le développement supposé que le signal d'intérêt était trop faible pour isoler l'effet du bruit. Cependant, dû à l'orthogonalité des codes, le bruit reporté dans les LLRs des autres usagers ont été éliminés. On peut aussi voir qu'il en est de même pour les autres usagers. Il est cependant remarquable que le bruit

est amplifié lors du décodage de la première bribe. C'est lors du désétalement avec toutes les autres bribes qu'il est annulé.

Maintenant, on considère l'utilisation de l'utilisation extrinsèque pour l'annulation d'interférence. Le signal après annulation d'interférence est alors :

$$r - E(\zeta_{1,ext}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2} \quad (167)$$

et le LLR associé est

$$LLR(x_1) = \frac{2\left(4x_1 + n_1 - (-1-1-1)\frac{n_1}{\sigma_n^2}\right)}{\sigma_n^2 + 4} = \frac{2\left(4x_1 + n_1\left(1 + 3\frac{1}{\sigma_n^2}\right)\right)}{\sigma_n^2 + 4} \quad (168)$$

Dans ce cas, si  $\sigma_n^2 \gg 1$ , le bruit est diminué. Cependant, pour l'utilisateur no. 2, il en va autrement :

$$r - E(\zeta_{2,ext}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2} \quad (169)$$

$$LLR(x_2) = \frac{2\left(4x_2 + n_1 - ((-1)(1) + (1)(-1) + (1)(-1))\frac{n_1}{\sigma_n^2}\right)}{\sigma_n^2 + 4} = \frac{2\left(4x_2 + n_1\left(1 + 3\frac{1}{\sigma_n^2}\right)\right)}{\sigma_n^2 + 4} \quad (170)$$

Ici, l'effet du bruit est augmenté, peu importe la variance du bruit. On peut généraliser que dans le cas où les codes sont parfaitement orthogonaux, l'utilisation du LLR extrinsèque augmente la variance du bruit au fur et à mesure que l'annulation d'interférence s'effectue. Notons que pour plus de précision, on aurait pu tenir compte de cette augmentation dans l'évaluation du LLR par une correction du SNR :

$$\text{LLR}(x_2) = \frac{2\left(4x_i + n_1\left(1 + 3\frac{1}{\sigma_n^2 + 4}\right)\right)}{\sigma_n^2\left(1 + 3\frac{1}{\sigma_n^2 + 4}\right) + 4} \quad (171)$$

L'augmentation du niveau de bruit non seulement réduit les performances mais peut aussi produire de l'instabilité. En effet, si l'augmentation moyenne du bruit relative de tous les usagers dépasse 1, il y aura instabilité numérique si la correction n'est pas appliquée. En pratique, elle n'est jamais appliquée et ne se retrouve pas dans la littérature.

Dans le cas où les codes sont orthogonaux, il apparait que l'utilisation des valeurs *a posteriori* offre de meilleurs résultats que les valeurs extrinsèques.

## J.2 Utilisateurs à code non-orthogonaux

On considère maintenant les codes non-orthogonaux. Pour ce type de codes, l'annulation d'interférence peut être utile. Le signal reçu est alors :

$$r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{var}(n_i) = \sigma_n^2 \quad (172)$$

On peut calculer les LLRs ainsi :

$$\text{llr}(x_i) = \frac{2(4 \sum_j \rho_{ij} x_j + n_1)}{\sigma_n^2 + 4} \quad (173)$$

Notons ici que la somme des interférences après désétalement est considérée comme gaussienne. Pour la situation présente avec seulement 3 usagers qui interfèrent, c'est une approximation grossière. Cependant, elle est valide lorsque le nombre d'utilisateur augmente. De plus, pour le cas présent, l'interférence est additionnée à un grand bruit. La somme des interférences et du bruit a donc une apparence gaussienne. En supposant encore un bruit



fort par rapport aux signaux ( $n_1 \gg 4 \sum_j \rho_{ij} x_j$  et  $\sigma_n^2 \gg 4$ ) le signal après une itération d'annulation d'interférence avec les probabilités *a posteriori* pour l'utilisateur 1 devient :

$$r - E(\zeta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2} \quad (174)$$

avec le nouveau LLR :

$$llr(x_1) = \frac{2 \left( 4 \sum_j \rho_{ij} x_j + n_1 + (3-3-1-1) \frac{n_1}{\sigma_n^2 + 4} \right)}{\sigma_n^2 + 4} = \frac{2 \left( 4 \sum_{(j \neq i)} \rho_{ij} + n_1 \left( 1 - 2 \frac{1}{\sigma_n^2 + 4} \right) \right)}{\sigma_n^2 + 4} \quad (175)$$

et pour l'utilisateur 2 :

$$r - E(\zeta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2} \quad (176)$$

avec le nouveau LLR :

$$llr(x_2) = \frac{2 \left( 4 \sum_j \rho_{ij} x_j + n_1 + ((1)(3) + (-1)(-1) + (-1)(-1) + (-1)(1)) \frac{n_1}{\sigma_n^2} \right)}{\sigma_n^2 + 4} = \frac{2 \left( 4 \sum_{(j \neq i)} \rho_{ij} + n_1 \left( 1 - 4 \frac{1}{\sigma_n^2 + 4} \right) \right)}{\sigma_n^2 + 4} \quad (177)$$

On voit que le bruit répliqué dans les probabilités des signaux annulés n'est pas nul, contrairement au cas où les codes sont orthogonaux. L'utilisation de probabilités extrinsèques permet de réduire l'amplitude de cet ajout. Pour le deuxième usager, on a alors :

$$r - E(\zeta_{2,ext}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2} \quad (178)$$

avec pour LLR :

$$llr(x_2) = \frac{2 \left( 4 \sum_{(j \neq i)} \rho_{ij} + n_1 \left( 1 - 1 \frac{1}{\sigma_n^2 + 4} \right) \right)}{\sigma_n^2 + 4}. \quad (179)$$

Il n'est pas clair de voir si l'ajout de bruit est réduit puisque cela dépend de la variance du bruit.

De manière générale, lorsque les codes sont aléatoires, STATISTIQUEMENT non corrélés, pour  $K$  usagers et un étalement de longueur  $L$ , on aura un bruit qui s'ajoutera après la première étape d'annulation d'interférence avec les statistiques *a posteriori* :

$$\boldsymbol{\eta}(k) = \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K-1 \\ \sqrt{K-1}\eta_2 \\ \sqrt{K-1}\eta_3 \\ \vdots \\ \sqrt{K-1}\eta_L \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2 + K}, \quad \eta_i \sim N(0,1), \quad E(\eta_i(k)\eta_j(k)) = 0 \quad (180)$$

La somme du bruit ajouté  $\eta(k)$  sera :

$$\eta(k) = \boldsymbol{\eta}^T(k) \mathbf{c}(k) = n_1 \left( \left( 1 - (K-1) \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \right) + \sqrt{K-1} \sqrt{L-1} \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \eta' \right), \quad \eta' \sim N(0,1) \quad (181)$$

avec  $\mathbf{c}(k)$  le code de l'utilisateur  $k$ .

$$\sigma_\eta^2 = E(|\eta(k)|^2) = E \left( \left| n_1 \left( \left( 1 - (K-1) \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \right) + \sqrt{K-1} \sqrt{L-1} \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \eta' \right) \right|^2 \right) \quad (182)$$

$$\sigma_\eta^2 = n_1^2 \left( \left| 1 - (K-1) \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \right|^2 + (K-1)(L-1) \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \right) \quad (183)$$

Pour le cas où  $K \gg 1$  et que l'étalement est égal au nombre d'utilisateur, on peut approximer à :

$$\sigma_{\eta}^2 \approx \frac{2(K-1)^2}{\sigma_n^2 + K} \quad (184)$$

L'utilisation de statistiques extrinsèques élimine le second terme :

$$\boldsymbol{\eta}(k) = \begin{bmatrix} n_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{K-1}\eta_2 \\ \sqrt{K-1}\eta_3 \\ \vdots \\ \sqrt{K-1}\eta_{SL} \end{bmatrix} \frac{n_1}{\sigma_n^2 + K}, \quad \eta_i \sim N(0,1), \quad E(\eta_i(k)\eta_j(k)) = 0 \quad (185)$$

La somme du bruit ajouté  $\eta(k)$  sera :

$$\eta(k) = \boldsymbol{\eta}^T(k)\mathbf{c}(k) = n_1 \left( 1 + \sqrt{K-1}\sqrt{L-1} \frac{1}{\sigma_n^2} \eta' \right), \quad \eta' \sim N(0,1) \quad (186)$$

La variance du bruit est :

$$\sigma_{\eta}^2 = E(|\eta(k)|^2) = E \left( \left| n_1 \left( 1 + \sqrt{K-1}\sqrt{L-1} \frac{1}{\sigma_n^2} \eta' \right) \right|^2 \right) \quad (187)$$

$$\sigma_{\eta}^2 = n_1^2 \left( 1 + (K-1)(L-1) \left( \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \right)^2 \right) \quad (188)$$

En incluant le fait que  $n_1$  ait une nature statistique, on obtient :

$$\sigma_{\eta}^2 = \sigma_n^2 \left( 1 + (K-1)(L-1) \left( \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \right)^2 \right) \quad (189)$$

Pour le cas où  $K \gg 1$  et que l'étalement est égal au nombre d'utilisateur, on peut approximer à

$$\sigma_{\eta}^2 \approx \frac{(K-1)^2}{\sigma_n^2 + K} \quad (190)$$

De manière générale, on peut dire qu'il y a un gain à utiliser l'information extrinsèque dans le cas où le nombre d'utilisateur est grand par rapport à la variance du bruit.

### J.3 Utilisateurs à entrelaceurs indépendants

L'utilisation d'entrelaceurs indépendants au niveau des bribes enlève la possibilité de considérer un seul élément de bruit. Cependant, on pose l'hypothèse que les bribes d'un même bit d'information de différents usagers sont séparés par les entrelaceurs de manière à ne pas s'interférer. Dans ce cas, pour fin de comparaison, on considère le bruit associé à chaque première bribe de chaque usager. Le bruit après annulation d'interférence d'information intrinsèque pour le premier usager est alors :

$$\boldsymbol{\eta}(k) = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (K-1)\eta_1 \\ \sqrt{K-1}\eta_2 \\ \sqrt{K-1}\eta_3 \\ \vdots \\ \sqrt{K-1}\eta_L \end{bmatrix} \frac{1}{\sigma_n^2 + K}, \quad \eta_i \sim N(0,1), \quad E(\eta_i(k)\eta_j(k)) = 0 \quad (191)$$

Le bruit lors du calcul du LLR est donc :

$$\eta(k) = \boldsymbol{\eta}^T(k)\mathbf{c}(k) = \eta_1 \left(1 - \frac{K}{\sigma_n^2 + K}\right) - \sqrt{K-1}\sqrt{L-1} \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \eta', \quad \eta' \sim N(0,1) \quad (192)$$

On observe que la valeur absolue du coefficient lié à  $\eta_1$  ne varie pas de façon monotone avec K. Cependant, lorsque K est grand par rapport à  $\sigma_n^2$ , on peut approximer le bruit par :

$$\eta(k) = \boldsymbol{\eta}^T(k)\mathbf{c}(k) = \eta_1 \left(1 - \frac{K-1}{\sigma_n^2 + K}\right) - \sqrt{K}\sqrt{L-1} \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \eta', \quad \eta' \sim N(0,1) \quad (193)$$

La variance du bruit équivalent devient :

$$\sigma_\eta^2 = E(|\eta(k)|^2) = \sigma_n^2 \left( \left(1 - \frac{K-1}{\sigma_n^2 + K}\right)^2 + (K-1)(L-1) \left(\frac{1}{\sigma_n^2}\right)^2 \right) \quad (194)$$

En supposant  $K \gg 1$ , on a l'approximation suivante :

$$\sigma_{\eta}^2 \approx \frac{(K-1)^2}{\sigma_n^2 + K} + (K-1)(L-1) \frac{1}{\sigma_n^2} \quad (195)$$

Avec un étalement égal au nombre d'utilisateur, on obtient :

$$\sigma_{\eta}^2 \approx \frac{(K-1)^2}{\sigma_n^2 + K} + (K-1)^2 \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \approx \frac{2(K-1)^2}{\sigma_n^2 + K} \quad (196)$$

L'utilisation des probabilités extrinsèques permet de réduire cette variance à

$$\sigma_{\eta}^2 \approx (K-1)^2(L-1) \frac{1}{\sigma_n^2 + K} \quad (197)$$

ou, dans le cas où l'étalement est égal au nombre d'utilisateur :

$$\sigma_{\eta}^2 \approx \frac{(K-1)^2}{\sigma_n^2 + K} \quad (198)$$

#### J.4 Annulation d'interférence avec bruit nul au sens déterministe

On a remarqué que c'est la corrélation entre les codes qui fait que l'utilisation de valeur extrinsèque est importante. On peut supposer que l'effet de la corrélation entre les utilisateurs est donné aussi de l'importance à l'utilisation de probabilités extrinsèques lors de la séparation des utilisateurs. En effet, en absence de bruit d'un point de vue déterministe (ce qui veut dire que statistiquement le bruit peut être élevé, mais que par hasard, il est tombé à zéro tout le temps), le LLR d'un bit d'un utilisateur en CDMA orthogonal sans entrelaceur avant annulation d'interférence sera :

$$LLR(x_i) = \frac{2Lx_i}{\sigma_n^2 + K} \quad (199)$$

et l'annulation d'interférence n'aura pas d'effet. Dans le cas où les codes ne sont pas orthogonaux, le LLR sera :

$$LLR(x_i) = \frac{2L(x_i + \sum_{j \neq i} \rho_{ij} x_j)}{\sigma_n^2 + K} \quad (200)$$

On suppose maintenant que  $x_i$  est beaucoup plus fort que le signal des autres usagers, on aura pour l'utilisateur  $i$  :

$$LLR(x_i) = \frac{2L|h_i|^2 x_i}{\sigma_n^2 + K} \quad (201)$$

et pour l'utilisateur  $j$  :

$$LLR(x_j) = \frac{2Lh_j h_1 \rho_{ij} x_i}{\sigma_n^2 + K} \quad (202)$$

Avec  $h_j$  identique pour tout  $j \neq i$ , on a pour 4 usagers et un signal fort pour le premier usager :

$$r - E(\zeta_1) \approx \begin{bmatrix} h_1 & 1 & 1 & 1 \\ h_1 & -1 & -1 & -1 \\ h_1 & 1 & -1 & -1 \\ h_1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{k \neq 1} c_k(1) \rho_{1k} \\ \sum_{k \neq 1} c_k(2) \rho_{1k} \\ \sum_{k \neq 1} c_k(3) \rho_{1k} \\ \sum_{k \neq 1} c_k(4) \rho_{1k} \end{bmatrix} \frac{2Lh_1 x_1}{\sigma_n^2 + K} \quad (203)$$

La nouvelle interférence pour le premier usager, après la première itération est environs :

$$\eta_1 \approx x_i \frac{2Lh_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \sum_{k \neq 1} \sum_l c_1(l) c_k(l) \rho_{1k} \quad (204)$$

$$\eta_1 \approx x_i \frac{2Lh_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \sum_{k \neq 1} \rho_{1k} \sum_l c_1(l) c_k(l) \quad (205)$$

$$\eta_1 \approx x_i \frac{2Lh_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \sum_{k \neq 1} \rho_{1k} \sum_l L \rho_{1k} \quad (206)$$

$$\eta_1 \approx x_i \frac{2L^2 h_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \sum_{k \neq 1} \rho_{1k}^2 \quad (207)$$

Dans le cas où l'information utilisée est extrinsèque,

$$r - E(\zeta_1) \approx$$

$$\begin{bmatrix} h_1 & 1 & 1 & 1 \\ h_1 & -1 & -1 & -1 \\ h_1 & 1 & -1 & -1 \\ h_1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{k \neq 1} c_k(1) (\sum_l c_1(l) c_k(l) - c_1(1) c_k(1)) \\ \sum_{k \neq 1} c_k(2) (\sum_l c_1(l) c_k(l) - c_1(2) c_k(2)) \\ \sum_{k \neq 1} c_k(3) (\sum_l c_1(l) c_k(l) - c_1(3) c_k(3)) \\ \sum_{k \neq 1} c_k(4) (\sum_l c_1(l) c_k(l) - c_1(4) c_k(4)) \end{bmatrix} \frac{2h_1 x_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \quad (208)$$

L'interférence devient alors :

$$\eta_1 \approx x_i \frac{2h_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \sum_l \sum_{k \neq 1} c_1(l) \sum_{l' \neq l} c_1(l') c_k(l') \quad (209)$$

Il y a une réduction de l'interférence reportée, en général. Cependant, cette réduction est mineure et diminue proportionnellement au fur et à mesure que  $L$  augmente.

Pour le cas où des entrelaceurs indépendants sont utilisés au niveau des bribes, les LLRs de tous les signaux qui interfèrent un usager ne sont en général affecté qu'une seule fois par le signal recherché. On peut montrer que l'interférence reportée sera dans le cas des probabilités intrinsèques :

$$\eta_1 \approx x_i \frac{2h_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \sum_l \sum_{k \neq 1} c_1(l) c_1(l) c_k^*(l) \quad (210)$$

Ici,  $c_k(l^*)$  est aléatoire à cause des entrelaceurs indépendants. En calculant l'interférence reportée pour le cas des probabilités extrinsèques, on a :

$$\eta_1 \approx x_i \frac{2h_1}{\sigma_n^2 + h^2 + K - 1} \sum_l \sum_{k \neq 1} c_1(l) (c_1(l) c_k^*(l) - c_1(l) c_k^*(l)) = 0 \quad (211)$$

Notons que cela est vrai que si la supposition que les signaux d'un bit ne s'interfèrent que pour la bribe présent.

### J.5 Autres aspects liés aux probabilités extrinsèques

Éventuellement, si l'annulation d'interférence est efficace, la valeur des LLRs augmentent et l'espérance des bribes tend éventuellement vers  $\pm x_i$ . Alors, la dérivée partielle par rapport au bruit de l'espérance devient très faible. C'est donc surtout lors des premières itérations que l'augmentation du bruit est forte. L'utilisation de valeur extrinsèque est donc, par rapport au bruit blanc, surtout importante lors des premières itérations.

Seul l'étalement a été considéré comme code. Par contre, on peut supposer que le comportement de d'autres codes sera similaire.

Le calcul des probabilités extrinsèques a un impact sur la complexité. En effet, [Ping06] montre que ce calcul nécessite beaucoup plus de mémoire et des calculs supplémentaires. Cependant, cet impact peut être amoindri si la convergence s'effectue en moins d'itérations d'annulation d'interférence.



## Annexe K – Temps de corrélation

Cette annexe montre le calcul du temps de corrélation :

$$E[h_l(n)h_l(n + \tau)^*] = 0 \quad (212)$$

Le modèle de canal variant dans le temps « somme de sinus » est utilisé :

$$E[h_l(n)h_l(n + \tau)^*] = E\left[\sum_{p=1}^P \alpha_{l,p} e^{j(\beta_{l,p}n + \varphi_{l,p})} \sum_{p=1}^P \alpha_{l,p} e^{j(\beta_{l,p}(n+\tau) + \varphi_{l,p})}\right] \quad (213)$$

Avec:

$$\beta_{l,p} = 2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta_{l,p}) \quad (214)$$

On suppose qu'il n'y a pas de directivité dans le canal, et donc que  $\theta_{l,p}$  est distribué uniformément. En utilisant le fait que  $\varphi_{l,p}$  soit non corrélée pour tout  $l$  et tout  $p$  :

$$E[h_l(n)h_l(n + \tau)^*] = E\left[\sum_{p=1}^P \alpha_{l,p}^2 \left(e^{j(\beta_{l,p}n + \varphi_{l,p})} e^{-j(\beta_{l,p}(n+\tau) + \varphi_{l,p})}\right)\right] \quad (215)$$

On peut simplifier :

$$E[h_l(n)h_l(n + \tau)^*] = E\left[\sum_{p=1}^P \alpha_{l,p}^2 e^{-j\beta_{l,p}\tau}\right] \quad (216)$$

L'espérance peut se distribuer dans la sommation. De plus, puisque  $\alpha$  et  $\beta$  ne sont pas corrélés, l'espérance peut se distribuer aussi sur le produit. :

$$E[h_l(n)h_l(n + \tau)^*] = \sum_{p=1}^P E[\alpha_{l,p}^2 e^{-j\beta_{l,p}\tau}] = P * E[\alpha_{l,p}^2] E[e^{-j\beta_{l,p}\tau}] \quad (217)$$

La variable  $\alpha$  est nécessairement positive (pas strictement, cependant), peu importe sa distribution. On cherche donc :

$$E[e^{-j\beta_{l,p}\tau}] = 0 \quad (218)$$

En substituant pour  $\beta_{l,p}$ , on obtient :

$$E\left[e^{-j2\pi\frac{f_c}{c}v\cos(\theta_{l,p})\tau}\right] = 0 \quad (219)$$

L'application de l'espérance sur l'exponentielle n'est pas aisée. Pour simplification, on pose :

$$\alpha = -2\pi\frac{f_c}{c}v\tau \quad (220)$$

L'espérance se calcul ainsi :

$$E[e^{j\alpha\cos(\theta_{l,p})}] = \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\alpha\cos(\theta)} p(\theta) d\theta \quad (221)$$

En faisant la substitution  $p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$ , on obtient :

$$E[e^{j\alpha\cos(\theta_{l,p})}] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\alpha\cos(\theta)} d\theta \quad (222)$$

On peut décomposer l'exponentielle complexe :

$$E[e^{j\alpha\cos(\theta_{l,p})}] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\cos(\alpha\cos(\theta)) + j\sin(\alpha\cos(\theta))) d\theta \quad (223)$$

La fonction de la partie imaginaire est impaire. On peut donc simplifier à :

$$E[e^{j\alpha\cos(\theta_{l,p})}] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\alpha\cos(\theta)) d\theta \quad (224)$$

La fonction  $\cos(\alpha\cos(\theta))$  n'a pas de primitive et il est nécessaire de résoudre numériquement pour obtenir une solution. De plus, le paramètre  $\alpha$  est à optimiser pour résoudre. En substituant  $\alpha$ , c'est  $\tau$  qui est recherché tel que :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(-2\pi\frac{f_c}{c}v\tau\cos(\theta)\right) d\theta = 0 \quad (225)$$

Cependant, on peut trouver un minorant à  $\tau$ . Un minorant est utile pour déterminer les conditions de canaux quasi statiques. En approximant  $\cos(\theta) = \pm 1$ , on surestime son amplitude. On peut donc déduire que cela a pour effet de sous-estimer  $\tau$  :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(-2\pi \frac{f_c}{c} v\tau(\pm 1)\right) d\theta = 0 \quad (226)$$

Aussi, avec :

$$\cos(-\theta) = \cos(\theta) \quad (227)$$

On a :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(2\pi \frac{f_c}{c} v\tau\right) d\theta = 0 \quad (228)$$

Cette intégrale ne contient plus qu'une constante, qui est fonction de  $\tau$ . On cherche donc :

$$\cos\left(2\pi \frac{f_c}{c} v\tau\right) = 0 \quad (229)$$

On cherche la plus petite valeur positive de  $\tau$  qui résous l'équation :

$$\tau = 1/\left(4 \frac{f_c}{c} v\right) \quad (230)$$

## Annexe L – Variance de l’erreur causée par le retour de décision

Cette annexe montre le calcul de la variance de l’erreur causée par le retour de décision.

L’erreur selon le temps est définie par :

$$e_h(\tau) = h_l(n) - h_l(n + \tau) \quad (231)$$

et sa variance est :

$$\sigma_\tau^2(\tau) = E[e_h(\tau)e_h(\tau)^*] \quad (232)$$

En substituant l’erreur :

$$\sigma_\tau^2(\tau) = E[(h_l(n) - h_l(n + \tau))(h_l(n) - h_l(n + \tau))^*] \quad (233)$$

En distribuant le conjugué :

$$\sigma_\tau^2(\tau) = E[(h_l(n) - h_l(n + \tau))(h_l(n)^* - h_l(n + \tau)^*)] \quad (234)$$

En effectuant le produit :

$$\sigma_\tau^2(\tau) = E[|h_l(n)|^2 - 2\text{Re}(h_l(n)h_l(n + \tau)^*) + |h_l(n + \tau)|^2] \quad (235)$$

En notant que  $E[|h_l(n)|^2] = E[|h_l(n + \tau)|^2] = \sigma_h^2$ , on peut simplifier :

$$\sigma_\tau^2(\tau) = 2(\sigma_h^2 - \text{Re}(E[h_l(n)h_l(n + \tau)^*])) \quad (236)$$

En substituant pour le canal et appliquant une procédure similaire à l’annexe sur le temps de corrélation, on obtient :

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) = 2 \left( \sigma_h^2 - \operatorname{Re}(P * E[\alpha_{l,p}^2] E[e^{-j\beta_{l,p}\tau}]) \right) \quad (237)$$

La partie imaginaire de l'exponentielle est retirée :

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) = 2 \left( \sigma_h^2 - P * E[\alpha_{l,p}^2] E[\cos(\beta_{l,p}\tau)] \right) \quad (238)$$

L'espérance du cosinus est ensuite développée

$$E[\cos(\beta_{l,p}\tau)] = \int_{\theta} \cos(\beta_{l,p}\tau) p(\theta) d\theta \quad (239)$$

On substitut  $\beta_{l,p}$  par  $2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta)$  :

$$E[\cos(\beta_{l,p}\tau)] = \int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta) \tau\right) p(\theta) d\theta \quad (240)$$

Cette intégrale nécessite une résolution numérique. Cependant, on peut trouver un majorant en utilisant le développement de Taylor du cosinus externe :

$$E[\cos(\beta_{l,p}\tau)] > \int_{-\pi}^{\pi} \left(1 - \left(2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta) \tau\right)^2\right) p(\theta) d\theta \quad (241)$$

Notons que l'utilisation du développement de Taylor sur le cosinus interne ne permet pas de résoudre aisément l'intégrale et produit une sous-estimation de l'intégrale.

On fait aussi la substitution  $p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$  et on obtient :

$$E[\cos(\beta_{l,p}\tau)] > 1 - \left(2\pi \frac{f_c}{c} v \tau\right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1+\cos(2\theta)}{2} d\theta \quad (242)$$

La résolution de l'intégrale amène à :

$$E[\cos(\beta_{l,p}\tau)] > 1 - \left(2\pi \frac{f_c}{c} v \tau\right)^2 \frac{1}{4\pi} \left(\int_{-\pi}^{\pi} 1 d\theta + \int_{-\pi}^{\pi} \cos(2\theta) d\theta\right) \quad (243)$$

$$E[\cos(\beta_{l,p}\tau)] > 1 - 2\pi \left(\frac{f_c}{c} v \tau\right)^2 \quad (244)$$

On remplace a donc :

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) < 2 \left( \sigma_h^2 - P * E[\alpha_{i,p}^2] \left( 1 - 2\pi \left( \frac{f_c}{c} v\tau \right)^2 \right) \right) \quad (245)$$

Avec  $E[\alpha_{i,p}^2] = \frac{1}{p}$ , on obtient finalement

$$\sigma_{\tau}^2(\tau) < 4\pi \left( \frac{f_c}{c} v\tau \right)^2 \sigma_h^2 \quad (246)$$

## Annexe M – Erreur causée par l'utilisation de la moyenne du gain se le bloc de données actuel

La variance de la moyenne du canal peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma_h^2 = \gamma^2 \sigma_h^2 \quad (247)$$

La constante  $\gamma$  est liée à l'utilisation de la moyenne et se calcul aisément à partir du filtre équivalent en représentation fréquentielle. En supposant une variance de l'amplitude de chaque chemin comme constante et indépendant les uns des autres, on peut simplement calculer  $\gamma$  comme étant la moyenne de l'atténuation. Les chemins qui ont une fréquence plus grande seront plus atténués, selon une relation de type sinus cardinal :

$$\gamma = \int_{-\pi}^{\pi} \text{sinc} \left( 2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta) T_{\text{bloc}} \right) p(\theta) d\theta \quad (248)$$

où :

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x} \quad (249)$$

Avec la probabilité  $p(\theta)$  distribuée uniformément, on obtient :

$$\gamma = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{sinc} \left( 2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta) T_{\text{bloc}} \right) d\theta \quad (250)$$

L'intégrande n'a pas de primitive. On doit donc soit intégrer numériquement ou utiliser une approximation. On optera pour cette seconde solution. La fonction  $\text{sinc}(x)$  peut aisément s'approximer par l'utilisation des séries de Taylor. En centrant sur 0, on a :

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x} = \frac{x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots \approx 1 - \frac{x^2}{3!} \quad (251)$$

L'intégrale devient donc :

$$\gamma \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ 1 - \frac{1}{6} \left( 2\pi \frac{f_c}{c} v \cos(\theta) T_{bloc} \right)^2 \right\} d\theta \quad (252)$$

et se résous pour devenir :

$$\gamma \approx 1 - \frac{1}{3} \left( \pi \frac{f_c}{c} v T_{bloc} \right)^2 \quad (253)$$

La variance de l'erreur causée par l'utilisation de la moyenne est quant à elle la variance non expliquée par la moyenne et peut s'écrire :

$$e_h^2 \approx (1 - \gamma^2) \sigma_h^2 \quad (254)$$



## Annexe N – Développement des équations de l’algorithme de détection pour l’IDMA dans le contexte de l’OFDM

Considérons une réponse impulsionnelle aléatoire complexe de longueur quelconque. Aussi, chaque usager est associé avec une réponse impulsionnelle distincte non corrélée. Après l’application de la FFT, nous obtenons que

$$h_{k,j} = \text{fft}(h\_canal_k), \quad j \in [1, NbrFréquences]$$

Nous avons donc la situation suivante :

$$h_{k,j} = \text{fft}(h\_canal_k), \quad j \in [1, Lcode]$$

$$r(j) = \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}}(j)x_k^{\text{Re}}(j) - h_k^{\text{Im}}(j)x_k^{\text{Im}}(j)] + i \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}}(j)x_k^{\text{Im}}(j) + h_k^{\text{Im}}(j)x_k^{\text{Re}}(j)] + n(j) \quad (255)$$

Multipliant par le conjugué de h, on obtient :

$$h_k^*(j)r(j) = h_k^*(j) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}}(j)x_k^{\text{Re}}(j) - h_k^{\text{Im}}(j)x_k^{\text{Im}}(j)] + i h_k^*(j) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}}(j)x_k^{\text{Im}}(j) + h_k^{\text{Im}}(j)x_k^{\text{Re}}(j)] + h_k^*(j)n(j) \quad (256)$$

$$\begin{aligned} (h_k^{\text{Re}}(j) - i h_k^{\text{Im}}(j))r(j) &= (h_k^{\text{Re}}(j) - i h_k^{\text{Im}}(j)) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}}(j)x_k^{\text{Re}}(j) - h_k^{\text{Im}}(j)x_k^{\text{Im}}(j)] \dots \\ &+ i (h_k^{\text{Re}}(j) - i h_k^{\text{Im}}(j)) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}}(j)x_k^{\text{Im}}(j) + h_k^{\text{Im}}(j)x_k^{\text{Re}}(j)] + (h_k^{\text{Re}}(j) - i h_k^{\text{Im}}(j))n(j) \end{aligned} \quad (257)$$

Simplification de la nomenclature des h, n, r et x

$$(h_{kj}^{\text{Re}} - ih_{kj}^{\text{Im}})r_j = (h_{kj}^{\text{Re}} - ih_{kj}^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_{kj}^{\text{Re}} x_{kj}^{\text{Re}} - h_{kj}^{\text{Im}} x_{kj}^{\text{Im}}] + i(h_{kj}^{\text{Re}} - ih_{kj}^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_{kj}^{\text{Re}} x_{kj}^{\text{Im}} + h_{kj}^{\text{Im}} x_{kj}^{\text{Re}}] + (h_{kj}^{\text{Re}} - ih_{kj}^{\text{Im}})n_j \quad (258)$$

Élimination de l'indice j

$$(h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r = (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}}] + i(h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}}] + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \quad (259)$$

Distribution des sommations sur les parties imaginaires et réelles de h

$$\begin{aligned} (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r &= (h_k^{\text{Re}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}}] + (-ih_k^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}}] + \\ &i(h_k^{\text{Re}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}}] + i(-ih_k^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}}] + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \end{aligned} \quad (260)$$

Élimination du  $-i*$

$$\begin{aligned} (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r &= (h_k^{\text{Re}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}}] + (-ih_k^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}}] + \\ &i(h_k^{\text{Re}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}}] + (h_k^{\text{Im}}) \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}}] + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \end{aligned} \quad (261)$$

Distribution des h sur les sommations

$$\begin{aligned} (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r &= \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}}] + i \sum_{k=1}^K [-h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}} + h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Im}}] + \\ &i \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}}] + \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Re}}] + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \end{aligned} \quad (262)$$

Séparation des parties réelles et imaginaires

$$\begin{aligned} (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r &= \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}}] + \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Re}}] + \\ &i \sum_{k=1}^K [-h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}} + h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Im}}] + i \sum_{k=1}^K [h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}}] + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \end{aligned} \quad (263)$$

Simplification des sommations

$$\begin{aligned} (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r = & \sum_{k=1}^K \left[ h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Re}} - h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Re}} \right] + \\ & i \sum_{k=1}^K \left[ -h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}} + h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Re}} h_k^{\text{Im}} x_k^{\text{Re}} \right] + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \end{aligned} \quad (264)$$

Simplification 2

$$(h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r = \sum_{k=1}^K h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Re}} + h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Re}} + i \sum_{k=1}^K h_k^{\text{Im}^2} x_k^{\text{Im}} + h_k^{\text{Re}^2} x_k^{\text{Im}} + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \quad (265)$$

Simplification 3

$$(h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})r = \sum_{k=1}^K (h_k^{\text{Re}^2} + h_k^{\text{Im}^2}) x_k^{\text{Re}} + i \sum_{k=1}^K (h_k^{\text{Re}^2} + h_k^{\text{Im}^2}) x_k^{\text{Im}} + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \quad (266)$$

$$h_k^* r = \sum_{k=1}^K (h_k^{\text{Re}^2} + h_k^{\text{Im}^2}) x_k^{\text{Re}} + i \sum_{k=1}^K (h_k^{\text{Re}^2} + h_k^{\text{Im}^2}) x_k^{\text{Im}} + (h_k^{\text{Re}} - ih_k^{\text{Im}})n \quad (267)$$

On peut encore simplifier :

$$h_k^* r = \sum_{k=1}^K \left[ |h_k|^2 (x_k^{\text{Re}} + ix_k^{\text{Im}}) \right] + h_k^* n \quad (268)$$

En sélectionnant les parties réelles ou imaginaires:

$$\text{Re}(h_k^* r) = \sum_{k=1}^K |h_k|^2 x_k^{\text{Re}} + \text{Re}(h_k^* n) \quad \text{Im}(h_k^* r) = \sum_{k=1}^K |h_k|^2 x_k^{\text{Im}} + \text{Im}(h_k^* n) \quad (269)$$

$$\text{Re}(h_k^* r) = |h_k|^2 x_k^{\text{Re}} + \text{Re}(h_k^* \zeta_{k\text{Re}}) \quad \text{Im}(h_k^* r) = |h_k|^2 x_k^{\text{Im}} + \text{Im}(h_k^* \zeta_{k\text{Im}}) \quad (270)$$

$$\text{Re}(h_k^* \zeta_{k\text{Re}}) = \text{Re}(h_k^* r) - |h_k|^2 x_k^{\text{Re}} \quad \text{Im}(h_k^* \zeta_{k\text{Im}}) = \text{Im}(h_k^* r) - |h_k|^2 x_k^{\text{Im}} \quad (271)$$

Cela ressemble au contexte du canal complexe de [Ping06] Cependant :

- Le canal équivalent est sans mémoire (multiplication au lieu de convolution)
- Les paramètres  $h$  varient à chaque échantillon (d'où  $h \rightarrow h(j)$ )

Ainsi, l'algorithme pour la détection en canal complexe (eqns 23 à 30) est modifié pour ceci :

$$E(r^{\text{Re}}(j)) = \sum_k (h_k^{\text{Re}}(j) E(x_k^{\text{Re}}(j)) - h_k^{\text{Im}}(j) E(x_k^{\text{Im}}(j))) \quad (272)$$

$$E(r^{\text{Im}}(j)) = \sum_k (h_k^{\text{Re}}(j) E(x_k^{\text{Im}}(j)) + h_k^{\text{Im}}(j) E(x_k^{\text{Re}}(j))) \quad (273)$$

$$\text{Var}(r^{\text{Re}}(j)) = \sum_k h_k^{\text{Re}}(j)^2 \text{Var}(x_k^{\text{Re}}(j)) + \sum_k h_k^{\text{Im}}(j)^2 \text{Var}(x_k^{\text{Im}}(j)) + \sigma^{\text{Re}^2} \quad (274)$$

$$\text{Var}(r^{\text{Im}}(j)) = \sum_k h_k^{\text{Im}}(j)^2 \text{Var}(x_k^{\text{Re}}(j)) + \sum_k h_k^{\text{Re}}(j)^2 \text{Var}(x_k^{\text{Im}}(j)) + \sigma^{\text{Im}^2} \quad (275)$$

$$\Psi(j) = \sum_k h_k^{\text{Re}}(j) h_k^{\text{Im}}(j) (\text{Var}(x_k^{\text{Re}}(j)) - \text{Var}(x_k^{\text{Im}}(j))) \quad (276)$$

Partie réelle

$$E(\text{Re}(h_k^*(j) \zeta_{k\text{Re}}(j))) = h_k^{\text{Re}}(j) E(r^{\text{Re}}(j)) + h_k^{\text{Im}}(j) E(r^{\text{Im}}(j)) - |h_k(j)|^2 E(x_k^{\text{Re}}(j)) \quad (277)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\text{Re}(h_k^*(j) \zeta_{k\text{Re}}(j))) &= (h_k^{\text{Re}}(j))^2 \text{Var}(r^{\text{Re}}(j)) + (h_k^{\text{Im}}(j))^2 \text{Var}(r^{\text{Im}}(j)) \\ &\quad + 2h_k^{\text{Re}}(j) h_k^{\text{Im}}(j) \Psi(j) - |h_k(j)|^4 \text{Var}(x_k^{\text{Re}}(j)) \end{aligned} \quad (278)$$

$$e_{\text{ESE}}(x_k^{\text{Re}}(j)) = 2|h_k(j)|^2 \cdot \frac{\text{Re}(h_k^*(j)r(j)) - E(\text{Re}(h_k^*(j) \zeta_{k\text{Re}}(j)))}{\text{Var}(\text{Re}(h_k^*(j) \zeta_{k\text{Re}}(j)))} \quad (279)$$

Partie imaginaire

$$E\left(\operatorname{Im}\left(h_k^*(j)\zeta_{k\operatorname{Im}}(j)\right)\right)=h_k^{\operatorname{Re}}(j)E\left(r^{\operatorname{Im}}(j)\right)-h_k^{\operatorname{Im}}(j)E\left(r^{\operatorname{Re}}(j)\right)-\left|h_k(j)\right|^2E\left(x_k^{\operatorname{Im}}(j)\right) \quad (280)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Var}\left(\operatorname{Im}\left(h_k^*(j)\zeta_{k\operatorname{Im}}(j)\right)\right) &= \left(h_k^{\operatorname{Im}}(j)\right)^2\operatorname{Var}\left(r^{\operatorname{Re}}(j)\right)+\left(h_k^{\operatorname{Re}}(j)\right)^2\operatorname{Var}\left(r^{\operatorname{Im}}(j)\right) \\ &\quad +2h_k^{\operatorname{Re}}(j)h_k^{\operatorname{Im}}(j)\Psi(j)-\left|h_k(j)\right|^4\operatorname{Var}\left(x_k^{\operatorname{Im}}(j)\right) \end{aligned} \quad (281)$$

$$e_{ESE}\left(x_k^{\operatorname{Im}}(j)\right)=2\left|h_k(j)\right|^2\cdot\frac{\operatorname{Im}\left(h_k^*(j)r(j)\right)-E\left(\operatorname{Im}\left(h_k^*(j)\zeta_{k\operatorname{Im}}(j)\right)\right)}{\operatorname{Var}\left(\operatorname{Im}\left(h_k^*(j)\zeta_{k\operatorname{Im}}(j)\right)\right)} \quad (282)$$

## Annexe O – Systèmes MIMO-OFDM-IDMA

Cette annexe présente les systèmes MIMO-OFDM-IDMA. Les aspects MIMO et OFDM sont présentés de manières indépendantes.

### O.1 OFDM

L'OFDM est une technique bien connue et ne sera que brièvement expliqué dans ce mémoire. On montrera la technique telle qu'utilisée ici et on verra ce que dit la littérature sur ce qui a trait à l'OFDM par rapport à l>IDMA.

La figure O-1 montre la chaine de transmission d'un système OFDM à un seul usager.

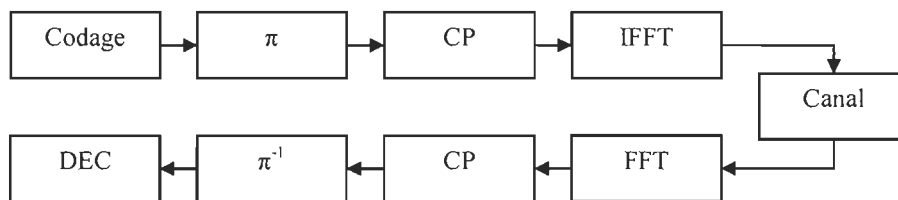


Figure O-1 Chaîne de transmission d'un système OFDM à un usager

Ici, les codes et entrelaceurs utilisés sont génériques. Ils peuvent inclure des techniques de codage multiusager comme le CDMA ou encore utiliser des entrelaceurs indépendants comme en IDMA.

L'avantage de l'utilisation du domaine fréquentiel est que la convolution dans le domaine temporel devient une simple multiplication dans le domaine fréquentiel. Cependant, en utilisant la FFT, la convolution devient circulaire. On a donc la paire :

$$x(n) \otimes h(n) \xleftrightarrow{FFT} X(j\omega)H(j\omega) \quad (283)$$

En faisant une transformation pour aller vers une représentation dans le domaine fréquentiel avant l'envoi du signal sur le canal, la convolution s'effectue entre la représentation fréquentielle du signal et la réponse impulsionnelle du canal :

$$Y(j\omega) = X(j\omega) \otimes h(\omega) \quad (284)$$

En revenant dans une représentation temporelle du signal, on a

$$y(n) = x(n)H(jn) \quad (285)$$

Alors, le signal reçu devient donc équivalent à une simple multiplication entre le signal désiré et un gain variant dans le temps.

Une possibilité pour traiter ce gain variant dans le temps est d'égaliser le canal est d'effectuer une simple division :

$$x(n) = y(n)/H(n) \quad (286)$$

Une autre possibilité est d'utiliser un détecteur MAP, avec des statistiques de canal différentes à chaque donnée.

Selon la présentation faite de l'OFDM, ce serait la FFT qui serait utilisée au transmetteur et l'IFFT au récepteur. Or, pour des raisons historiques, c'est l'IFFT qui est employée au transmetteur et la FFT au récepteur, comme indiqué à la Figure O-.

Le préfixe cyclique (CP) est une des méthodes possibles pour traiter le fait que la multiplication dans le domaine fréquentiel est une convolution circulaire dans le domaine temporel. Une autre possibilité courante est d'ajouter un intervalle de garde (délais) entre les blocs de données. Sinon, l'omission de ce type de techniques peut dégrader le signal. Mais, cette dégradation devient faible lorsque la taille des blocs est beaucoup plus grande que le délai maximal de la réponse impulsionnelle du canal.

#### *O.1.1 Comparaison entre la détection en IDMA et en OFDM-IDMA*

Des simulations comparant l'IDMA et l'OFDM-IDMA sur canal à plusieurs chemins sont présentées dans [Mahafeno06]. Les résultats montrent de meilleures performances de l'OFDM-IDMA, spécialement lorsque le nombre d'utilisateur augmente pour un taux de codage constant par utilisateur (lorsque le taux de bit par utilisateur est élevé). L'argument de l'article est lié à la diversité. Cependant, cela provient probablement plus du fait de la méthode de détection multiutilisateur qui néglige les corrélations créées par l'interférence entre les signaux des différents chemins. Aussi, l'article montre que la complexité du système IDMA sans OFDM est  $L$  fois plus complexe qu'avec l'OFDM,  $L$  étant le nombre de chemin. Ce calcul néglige le calcul de la FFT, mais celui-ci ne se fait qu'une fois et n'intervient pas dans le processus d'annulation d'interférence.

#### *O.1.2 Comparaison entre la détection en OFDM-IDMA, en OFDM-CDMA et en OFDMA*

Le système OFDM-IDMA peut se comparer simplement avec les systèmes *OFDM-CDMA* et *OFDMA*. [Ping07] fait cette comparaison et montre que les performances de



l'OFDM-IDMA surpasse ces deux systèmes. Pour la comparaison avec l'OFDM-CDMA, un système avec annulation d'interférence a été utilisé. Les deux systèmes sont à toute fin pratique très similaire, cependant :

- Les entrelaceurs sont différents pour l'IDMA
- Les codes d'étalement sont différents pour le CDMA
- Il y a une décorrélation supplémentaire calculée lors du décodage du CDMA.

Sur ces bases, l'IDMA surpasse le CDMA.

Pour l'OFDMA, les systèmes sont comparés à haut débit. En effet, un aspect important de l'OFDMA est qu'il peut supporter de hauts débits avec l'utilisation du QAM. Le système OFDM-IDMA privilégie l'approche multi flux avec une stratégie d'allocation de puissance. Il est montré que l'IDMA arrive à dépasser de manière convaincante, spécialement lorsque le nombre d'utilisateurs est élevé. Aussi, il est discuté que l'OFDM-IDMA peut avoir plus de flexibilité avec l'approche multi flux au niveau de l'approche *waterfilling* [Scutari06]: pour l'OFDMA, la flexibilité se retrouve dans la modulation de type QAM. Dans le cas de l'OFDM-IDMA, il y a une double flexibilité :

- On peut modifier le nombre de canaux
- On peut modifier le taux de codage de chaque flux, et ce de façon très précise.

Il est donc plus aisé de se rapprocher des limites théoriques avec l'IDMA. L'avantage principal au niveau OFDMA est qu'il ne nécessite aucun décodage de type turbo. Notons qu'il est possible d'appliquer les principes du *waterfilling* aux systèmes CDMA [Viswanath01].

En termes de complexité, l'OFDMA est généralement avantageux.

### *O.1.3 Estimation de canal en OFDM-IDMA*

Il faut mentionner que les méthodes d'estimation des canaux présentées pour l'IDMA ne s'appliquent pas bien pour l'OFDM lorsque les canaux sont à plusieurs chemins. Il s'agit de trouver la réponse fréquentielle plutôt qu'impulsionnelle.

Il serait possible d'appliquer les méthodes d'estimation de réponse impulsionnelle et ensuite calculer la réponse fréquentielle, cependant, une grande partie de l'utilité de l'OFDM est perdue de cette manière puisque l'IFFT doit être appliqué pour chaque signal après annulation d'interférence.

[Hammarberg12] applique des méthodes d'estimation basées sur des pilotes ainsi que des méthodes semi autodidactes. Il a cependant besoin d'un estimé initial et utilise donc un préambule de pilote pour chaque usager. Ces méthodes sont basées sur des sous-espaces de matrices de corrélation (avec par exemple l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières). Il n'y a pas une parfaite correspondance entre le canal et l'espérance de l'estimé et on a donc un estimateur biaisé.

Une méthode adaptée pour les systèmes MIMO-OFDM-IDMA, proposée dans [Shikida10], utilise aussi des préambules et améliore l'estimation par la suite à l'aide des données décodées lors du processus d'annulation d'interférences. La méthode fait une sélection du chemin le plus fort dans le domaine temporel et ne considère que celui-ci comme réponse impulsionnelle. Le modèle de canal lors de l'estimation est donc simplement un délai et un gain complexe. Cette simplification est particulièrement justifiée pour le MIMO-OFDM. En comparant avec [Hammarberg12], on constate que les deux

font appel à la notion de sous espace, mais que celui de [Shikida10] se limite à une dimension de 1. Cependant, contrairement à [Hammarberg12], le sous-espace peut être associé à n'importe quel chemin, et non pas seulement le premier.

#### *O.1.4 Techniques de réduction de PAPR en OFDM-IDMA*

Les techniques de réduction du PAPR ne sont pas utilisées dans ce mémoire. Cependant, il existe dans la littérature des articles traitant cet aspect dans l'OFDM-IDMA. Notamment, [Tong08] traite l'écrêtage avec l'IDMA comme un bruit additif. Les statistiques du bruit sont calculées et traitées comme un bruit blanc gaussien additif. Il montre entre autre que même avec l'écrêtage, l'OFDM-IDMA propose de meilleures performances que l'OFDMA sans écrêtage.

#### *O.1.5 SC-FDE-IDMA*

Un autre système utilise le traitement d'interférence inter symboles dans le domaine fréquentiel. [Lim07] utilise la technique d'égalisation fréquentielle à porteuse unique (*SC-FDE, single-carrier modulation with frequency-domain equalization*) La méthode offre de meilleures performances que l'IDMA pour des canaux à plusieurs chemins. Encore une fois, c'est probablement dû au fait que l'IDMA à plusieurs chemins combine les différents chemins de manière sous optimale. La méthode est montrée moins complexe que l'IDMA avec plusieurs chemins. Cependant, le décodage est plus complexe qu'en OFDM, puisque la FFT et l'IFFT doivent être calculé à chaque itération d'annulation d'interférence.

## **O.2 Détection bribe par bribe et systèmes MIMO**

Les systèmes MIMO peuvent être utilisés avec l'IDMA. Ce sont des décisions douces qui sont nécessaires. Celles-ci peuvent se calculer de plusieurs manières, comme pour la détection avec des canaux à plusieurs chemins.

### *O.2.1 Configuration du multiplexage MIMO*

Plusieurs arrangements sont possibles pour insérer les techniques MIMO à l'IDMA, comme le montre la Figure O-2. D'autres arrangements seraient possibles en utilisant différents étalement ou différents codes selon les antennes. Le type d'arrangement influence plusieurs aspects quant à la détection et en particulier quant à la détection de type bribe-par-bribe.

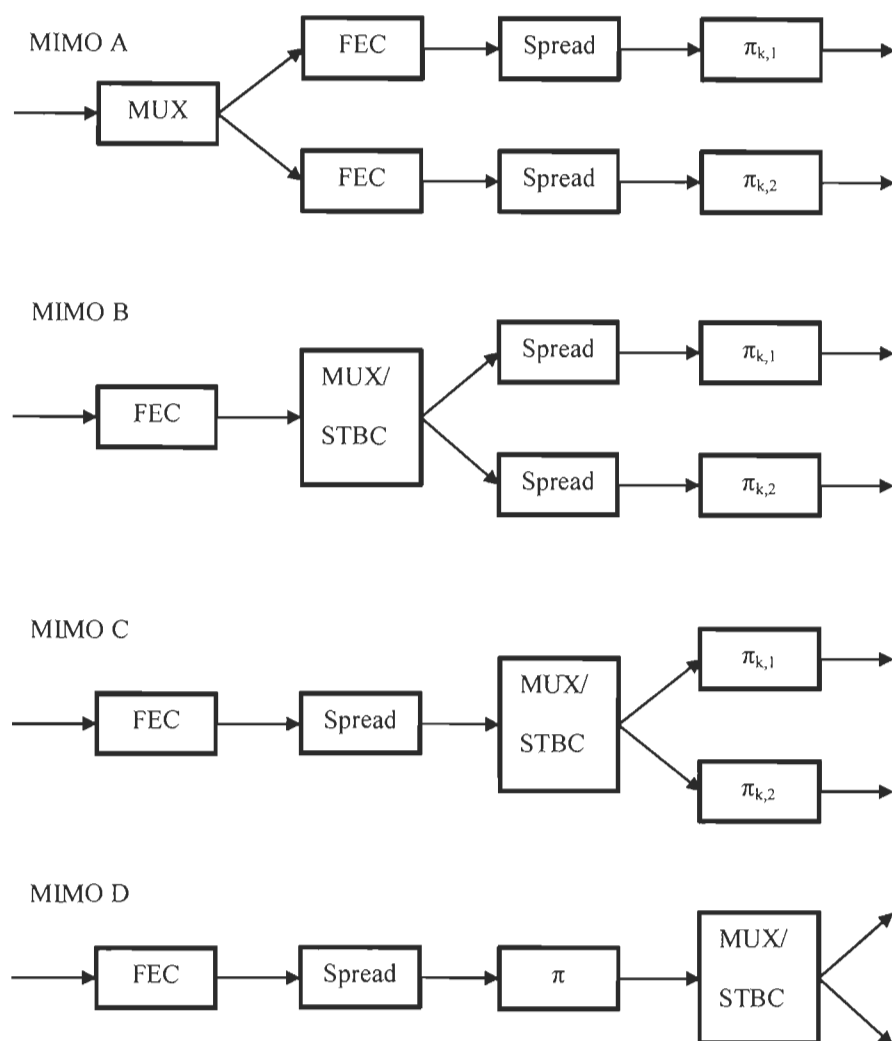


Figure O-2 Différentes configurations d'un système MIMO

L'arrangement A revient à traiter chaque antenne comme un usager séparé. Lors du décodage itératif, les bribes de chaque antenne sont traitées séparément. Cela réduit la possibilité de corriger les erreurs provenant d'une antenne plus faible. Aussi, il est difficile d'utiliser les STBCs sous cette forme. Les trois autres arrangements permettent de profiter de l'information de toutes les antennes simultanément lors du décodage. L'arrangement A

nécessite aussi plus de bits de terminaisons dans le cas où les codes convolutionnels sont utilisés puisque qu'il y a des bits de terminaisons pour chaque antenne. Cependant, cet arrangement est le seul qui permet de décoder plusieurs codes en parallèle pour un même usager.

Pour l'arrangement B, C et D, il est possible d'utiliser le multiplexage ou les codes STBC comme technique MIMO. L'utilisation des STBC a un effet similaire à l'étalement, mais avec moins de flexibilité. Leur utilisation permet de s'assurer que tous les bribes se retrouvent sur toutes les antennes et donc ont une puissance égales de réception entre les différents bits du code (arrangement B) ou entre les différents bribes (arrangements C et D). Cependant, l'utilisation de l'OFDM annule en grande partie ce gain. Le décodage des STBC peut se faire de manière linéaire comme dans [Alamouti98]. Aussi, il est possible de les décoder dans le domaine des LLRs. On peut donc recombinaer le signal par rapport à l'étalement avant de décoder le STBC pour l'arrangement B.

L'arrangement D n'utilise qu'un seul entrelaceur, peu importe le nombre d'antenne, contrairement aux autres arrangements qui ont un nombre égal d'entrelaceur et d'antennes de transmission. Avec un seul entrelaceur et un multiplexage, les bribes se retrouvent aléatoirement sur les antennes. Donc, un bit codé est transmis plus ou moins sur toutes les antennes. Par exemple, pour 2 antennes, chaque bribe a une probabilité de 50% de se retrouver sur chaque antenne. En moyenne. Plus l'étalement est grand, plus la proportion sera près de 50%. Cependant, pour certains bits codés, il pourra y avoir un débalancement des bribes d'un même bit codé vers une antenne où le signal est moins bon. Cependant, cela cause un autre bit à avoir un signal de meilleure qualité. Par rapport au bruit blanc, il est préférable d'avoir un signal de qualité constante. Cependant, par rapport à l'annulation

d'interférence, il peut être utile de trouver des bits avec une plus grande certitude. Notons que l'arrangement D avec les codes STBC n'ont pas de débalancement entre les antennes.

L'usage des STBC avec l'arrangement D est délicat car le bruit équivalent causé par l'interférence est hautement corrélé. Considérer les différents émetteurs séparément devient hasardeux. Cela complexifie énormément le décodage. De plus, les STBC sont beaucoup moins flexibles en termes de taux de codage. On ne considère donc que les possibilités liées au multiplexage.

### *O.2.2 Détection dans le système MIMO multiusager*

Trois approches peuvent être appliquées pour la détection MIMO multiusager. On peut :

- Détecter les signaux de toutes les antennes de tous les usagers ensembles
- Décoder les signaux de toutes les antennes d'un seul usager à la fois
- Décoder le signal d'une seule antenne d'un seul usager à la fois.

La première méthode peut s'appliquer lorsque le nombre d'utilisateur est très faible. En fait, le multiusager peut être considéré comme un problème MIMO. Cependant, la complexité est prohibitive. La seconde approche est réalisable dans le cas où le nombre d'antennes émettrices est faible, ce qui est souvent le cas. Cependant, comme expliqué pour la première méthode, le multiusager est un problème MIMO. Alors, pourquoi décoder conjointement les antennes d'un usager plutôt qu'un sous-ensemble d'antennes aléatoires? Il serait important de décoder toutes les antennes d'un même usager dans le cas où l'interférence entre les antennes d'un même usager a une plus grande corrélation que l'interférence produite par celle des autres usagers. C'est le cas par exemple pour le

MIMO-CDMA [Choi07] où l'entrelacement s'effectue sur les bits codés avant étalement comme à la figure O-3 :

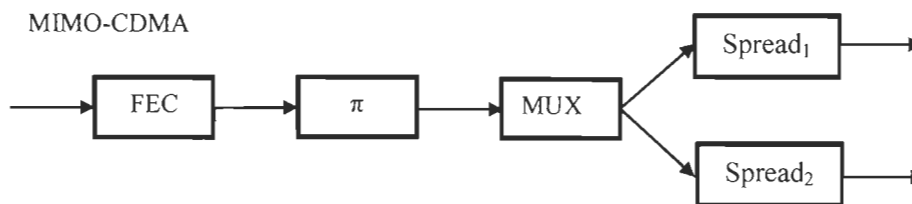


Figure O-3 Configuration d'un système MIMO-CDMA

Ici, on ne suppose pas l'orthogonalité des codes d'étalement. La troisième méthode suppose indépendantes les émetteurs d'un même usager et les décodes séparément. C'est l'approche la plus simple. Le problème devient l'équivalent d'un système SIMO multiusager (sauf que les codes FEC sont répartis sur plusieurs usagers.) Les deux dernières méthodes sont réalistes et seront discutées ici.

Dans la littérature, [Ping03] est le premier à proposer un système IDMA à plusieurs antennes. L'approche utilisée lors de la détection est des plus simples. Premièrement, lors de la détection, les antennes d'un même usager sont considérées indépendantes, de manière équivalente à de différents usagers. Deuxièmement, les observations à différentes antennes comme sont indépendantes malgré le fait que l'interférence des autres antennes et des autres usagers.

Le traitement de la corrélation causée par l'interférence sur les différentes antennes est présenté dans [Novak07]. Cependant, seul le cas de signaux réels est considéré. [Shikida10] quant à lui fait la détection de signaux complexes, mais emploie une détection linéaire et considère la variance de l'interférence comme étant égale et indépendante pour les parties



réelle et imaginaire. Les étapes de décodage et d'annulation d'interférence ont besoin de décision douce. Après l'emploi de méthodes linéaire, il est possible d'obtenir des décisions douces comme présenté dans [Seethaler04] pour un système MIMO avec entrelaceurs (sans multiusager). Finalement, [Linton08] utilise des codes STBC, plus particulièrement celui de [Alamouti98] pour codage MIMO.

Il est intéressant de constater la similarité entre les différentes approches possibles avec le MIMO et pour le cas des canaux à plusieurs chemins.

- L'approche du MIMO de [Ping06] est similaire au *soft RAKE* en ce sens que les différents échantillons d'un signal sont considérés indépendants.
- L'approche de [Shikida10] est analogue au MRC puisqu'il y a une inversion du canal (canal MIMO ou réponse impulsionnelle) avant d'effectuer une décision douce.
- L'approche de [Novak07] ressemble à l'approche gaussienne jumelée en ce qu'elle tient compte des corrélations entre les différents échantillons.

Notons cependant que pour un système MIMO, les corrélations sont toujours limitées à un nombre fini d'échantillons du signal. Dans le cas des canaux à plusieurs chemins, les corrélations sont représentées par une matrice de type bande de grandeur approximativement égale au nombre de bribes dans le bloc de données. L'approche de [Novak07] est donc exacte tandis que généralement, l'approche gaussienne jumelée.

Le système qui est développé pour ce mémoire est une généralisation du système de [Novak07] avec une considération du canal complexe et de la modulation QPSK. Le

traitement des parties complexes est similaire au cas SISO présenté dans [Ping06], qui tient compte des corrélations entre les parties réelles et imaginaires du signal.

### *O.2.3 Covariance de l'interférence pour un système MIMO multiusager*

Chaque antenne émettrice voit son signal perçu à chaque antenne de réception. Le signal reçu est donc évidemment corrélé. Avec une modulation de type QPSK, avant l'annulation d'interférence, les variances des parties réelles et imaginaires du signal reçu sont identiques, mais peuvent être corrélées. Après décodage, les bribes sur les parties réelles et imaginaires n'ont pas nécessairement la même certitude. Donc, après annulation d'interférence, la variance du signal résiduel a une variance différente entre la partie réelle et imaginaire.

On note deux manières de traiter la variance dans le cas où le signal est complexe.

- Considérer la variance des nombres complexes
- Séparer les parties réelles et imaginaires des signaux reçus

Aussi, comme dans [Ping06], il est possible de multiplier les signaux reçus par le conjugué du canal d'un usager dans le but de séparer les parties réelles et imaginaires des signaux envoyés.

Dans les sections suivantes, on montre les deux manières de traiter la variance ainsi que la multiplication par le conjugué du canal.

On se concentre sur la recherche de la covariance du signal reçu. On peut déduire aisément la covariance de l'interférence sur un signal en retirant les termes associés au signal considéré. Aussi, la logique pour un système à un ou plusieurs usagers est similaire lorsque les antennes sont considérées indépendamment.

### O.2.4 Covariance des nombres complexes

La première approche consiste à considérer la matrice de covariance des signaux reçus sous forme complexe.

Le schéma de la figure O-4 montre l'envoi de 2 brises sur 2 différentes antennes

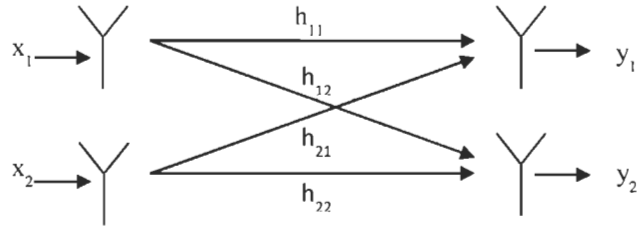


Figure O-4 Canal MIMO 2x2

Pour un système de N émetteurs et M récepteurs, on a les signaux envoyés et reçus :

$$x_n = x_n^{Re} + jx_n^{Im} \quad (287)$$

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad \dots \quad x_M]^T \quad (288)$$

$$\mathbf{y} = [y_1 \quad \dots \quad y_M]^T \quad (289)$$

Les gains du canal MIMO sont exprimés par la matrice MIMO :

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{N1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{1M} & \dots & h_{NM} \end{bmatrix} \quad (290)$$

tel que :

$$\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (291)$$

La covariance du signal reçu a pour définition :

$$Cov(\mathbf{y}) = E(\mathbf{y}\mathbf{y}^H) = E\left(\begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_1 y_n^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_n y_1^* & \cdots & y_n y_n^* \end{bmatrix}\right) \quad (292)$$

On peut réécrire la covariance en fonction du signal émis et du canal :

$$Cov(\mathbf{y}) = \sum_n E\left(x_n \begin{bmatrix} h_{n1} \\ \vdots \\ h_{nM} \end{bmatrix} [h_{n1}^* \quad \cdots \quad h_{nM}^*] x_n^*\right) = \sum_n E(x_n \mathbf{h}_n \mathbf{h}_n^H x_n^*) \quad (293)$$

où :

$$\mathbf{h}_n = [h_{n1} \quad \cdots \quad h_{nM}]^T \quad (294)$$

et  $x_n$  est le signal après annulation d'interférence. Avec la variance du signal émis :

$$Var(x_n) = E(x_n x_n^*) = E(|x_n^{Re}|^2) + E(|x_n^{Im}|^2) \quad (295)$$

On a finalement :

$$Cov(\mathbf{y}) = \sum_n Var(x_n) \mathbf{h}_n \mathbf{h}_n^H \quad (296)$$

À l'aide du théorème central limite, la somme des signaux tend à devenir gaussienne lorsque le nombre d'utilisateurs et / ou le nombre d'antennes est élevé. De plus, plus le nombre de sources d'interférence est grand, plus cette matrice tend à être diagonale, surtout pour des canaux MIMO non-corrélés. Notons cependant que cet effet est atténué lorsque la distribution du canal est elle-même corrélée (e.g. canal de type Rician.)

Ici, on considère  $\mathbf{h}$  comme étant déterministe, bien qu'elle puisse avoir une distribution statistique. Dans le cas d'un système MIMO multiutilisateur, l'interférence  $\zeta_{kn}$  sur le signal d'un émetteur  $n$  d'un utilisateur  $k$  est composée des signaux de tous les émetteurs de tous les autres utilisateurs et des signaux des autres antennes de l'utilisateur :

$$Cov(\zeta_{kn}) = \sum_{k' \neq k} \sum_{n' \neq n} Var(x_{k'n'}) \mathbf{h}_{k'n'} \mathbf{h}_{k'n'}^H + \sum_{n' \neq n} Var(x_{kn'}) \mathbf{h}_{kn'} \mathbf{h}_{kn'}^H \quad (297)$$

Cette covariance peut se réécrire comme suit :

$$Cov(\zeta_{kn}) = \sum_{k'} \sum_{n'} Var(x_{k'n'}) \mathbf{h}_{k'n'} \mathbf{h}_{k'n'}^H - Var(x_{kn}) \mathbf{h}_{kn} \mathbf{h}_{kn}^H \quad (298)$$

Une relation similaire peut être établie dans le cas où seule l'interférence des autres usagers doit être considérée :

$$Cov(\zeta_k) = \sum_{k'} \sum_{n'} Var(x_{k'n'}) \mathbf{h}_{k'n'} \mathbf{h}_{k'n'}^H - \sum_{n'} Var(x_{kn'}) \mathbf{h}_{kn'} \mathbf{h}_{kn'}^H \quad (299)$$

C'est une relation utile pour décoder conjointement tous les signaux d'un même usager.

#### O.2.5 Covariances des parties réelles et imaginaires prises séparément

Les différent vecteur des signaux envoyés et reçus peut être réécrits de telle sorte à ne contenir que des nombres réels :

$$\mathbf{y} = [y_1^{Re} \quad y_1^{Im} \quad \dots \quad y_M^{Re} \quad y_M^{Im}]^T \quad (300)$$

Avec cette approche, la matrice de covariance devient :

$$Cov(\mathbf{y}) = E(\mathbf{y}\mathbf{y}^T) = E \left( \begin{bmatrix} |y_1^{Re}|^2 & y_1^{Im} y_1^{Re} & \dots & y_M^{Re} y_1^{Re} & y_M^{Im} y_1^{Re} \\ y_1^{Re} y_1^{Im} & |y_1^{Im}|^2 & \dots & y_M^{Re} y_1^{Im} & y_M^{Im} y_1^{Im} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_1^{Re} y_M^{Re} & y_1^{Im} y_M^{Re} & \dots & |y_M^{Re}|^2 & y_M^{Im} y_M^{Re} \\ y_1^{Re} y_M^{Im} & y_1^{Im} y_M^{Im} & \dots & y_M^{Re} y_M^{Im} & |y_M^{Im}|^2 \end{bmatrix} \right) \quad (301)$$

On a donc une matrice de covariance de taille  $2M \times 2M$ . Le calcul des matrices de covariances à partir des signaux n'a pas été développé ici.

#### O.2.6 Multiplication par le conjugué du canal

La prochaine approche consiste à multiplier le signal reçu par le conjugué du canal comme montré dans [Ping06]. Cela permet de séparer l'information sur les parties réelles et imaginaires des bribes. Pour le cas du MIMO, on s'intéresse au signal d'une seule brique à la

fois. C'est donc équivalent à un système SIMO. Pour multiplier le signal par le conjugué du canal, on utilise une matrice diagonale :

$$\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r} = \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}x_k^{(m)} + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\boldsymbol{\eta}_k^{(m)} \quad (302)$$

Ainsi les signaux de la bribe désiré sur se retrouvent dans les parties suivantes réelles et imaginaires du signal reçu transformé :

$$\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r}) = \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}x_k^{(m)\text{Re}} + \text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\boldsymbol{\eta}_k^{(m)}) \quad (303)$$

$$\text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r}) = \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}x_k^{(m)\text{Im}} + \text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\boldsymbol{\eta}_k^{(m)}) \quad (304)$$

$$E(\mathbf{r}^{\text{Re}}) = \sum_k (\mathbf{H}^{(k)\text{Re}}\mathbf{x}^{(k)\text{Re}} - \mathbf{H}^{(k)\text{Im}}\mathbf{x}^{(k)\text{Im}}) \quad (305)$$

$$E(\mathbf{r}^{\text{Im}}) = \sum_k (\mathbf{H}^{(k)\text{Re}}\mathbf{x}^{(k)\text{Im}} + \mathbf{H}^{(k)\text{Im}}\mathbf{x}^{(k)\text{Re}}) \quad (306)$$

$$C_r^{\text{Re}} = \sum_k (\mathbf{H}^{(k)\text{Re}}C_{x^{(m)\text{Re}}} \mathbf{H}^{(k)\text{Re}H} + \mathbf{H}^{(k)\text{Im}}C_{x^{(m)\text{Im}}} \mathbf{H}^{(k)\text{Im}H}) + \sigma^2 I \quad (307)$$

$$C_r^{\text{Im}} = \sum_k (\mathbf{H}^{(k)\text{Im}}C_{x^{(m)\text{Re}}} \mathbf{H}^{(k)\text{Im}H} + \mathbf{H}^{(k)\text{Re}}C_{x^{(m)\text{Im}}} \mathbf{H}^{(k)\text{Re}H}) + \sigma^2 I \quad (308)$$

De ces signaux, l'espérance de l'interférence pour les parties réelles et imaginaires peuvent s'obtenir directement.

$$E(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\boldsymbol{\eta}_k^{(m)})) = \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}})E(\mathbf{r}^{\text{Re}}) - \text{diag}(-\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}})E(\mathbf{r}^{\text{Im}}) - \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}E(x_k^{(m)\text{Re}}) \quad (309)$$

$$E(\text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\boldsymbol{\eta}_k^{(m)})) = \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}})E(\mathbf{r}^{\text{Im}}) - \text{diag}(-\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}})E(\mathbf{r}^{\text{Re}}) - \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}E(x_k^{(m)\text{Im}}) \quad (310)$$

Pour la covariance, c'est plus compliqué. On montre ici directement le résultat de la covariance du signal total, duquel se déduit aisément la covariance de l'interférence :

$$\begin{aligned}
& \text{Cov}(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r})) = \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Re}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Re}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \dots \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Im}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Re}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \dots \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Im}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) - \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Im}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) - \dots \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Im}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Im}})' \right) \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \dots \\
& \text{Cov}(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{w}))
\end{aligned} \tag{311}$$

Cette équation très lourde peut être légèrement simplifiée comme montré à la fin de cette annexe. Une relation équivalente peut aussi être développée pour la partie imaginaire

### O.2.7 Approche bayésienne de la détection MIMO avec multiplication par le conjugué du canal

On applique maintenant l'approche de type bayésienne pour la détection MIMO. Avec les statistiques déterminées précédemment et la probabilité suivante :

$$p(\mathbf{r} | \mathbf{x}_k^{(m)\text{Re}} = \pm 1) = \frac{1}{(2\pi)^{K/2} \det(\Lambda)} \exp \left( - \left( \text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r}) - (\pm \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h} + E(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)})))' \right) \text{Cov}(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}))^{-1} * \dots \right. \\
\left. \left( \text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r}) - (\pm \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h} + E(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}))) \right) \right) \tag{312}$$

on peut déterminer les LLRs des parties réelles et imaginaires des bribes.

$$e_{\text{ESE}}(\mathbf{x}_k^{(m)\text{Re}}) = 2 \left( \text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h} - E(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}))' \right) \text{Cov}(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}))^{-1} \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h} \tag{313}$$

$$e_{\text{ESE}}(\mathbf{x}_k^{(m)\text{Im}}) = 2 \left( \text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h} - E(\text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}))' \right) \text{Cov}(\text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h}_k^{(m)}))^{-1} \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{h} \tag{314}$$

Le problème principal avec ces résultats est que l'inverse de matrice doit être calculé pour chaque antenne émettrice de chaque usager et contrairement à l'approche de

[Novak07], il est impossible d'appliquer le théorème de Woodbury pour simplifier l'inversion.

Il serait donc préférable pour le cas MIMO de ne pas multiplier le signal par le conjugué des canaux. On devrait donc utiliser la covariance des parties réelles et imaginaires prises séparément. Malgré une augmentation de la taille des matrices de covariance, l'inversion n'aurait à se faire qu'une seule fois au complet grâce au théorème de Woodbury. Pour ce mémoire, seule la méthode utilisant la multiplication par le conjugué a été utilisée, faute de temps. Il est toutefois à noter que les résultats sont similaires puisqu'une simple transformé (la multiplication par le conjugué du canal) ne change en rien les LLR.

#### *O.2.8 Équations des covariances pour le système MIMO-IDMA avec modulation QPSK*

Dans cette section, on réécrit les équations de la covariance du signal reçu et on montre une simplification mineure.

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{r})) = & \\
 & \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}})\boldsymbol{\varphi}_{RRR}\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}})\boldsymbol{\varphi}_{RRJ}'\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \\
 & \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}})\boldsymbol{\varphi}_{RRJ}\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}})\boldsymbol{\varphi}_{IRJ}\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \\
 & \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}})\boldsymbol{\varphi}_{RIJ}\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}})\boldsymbol{\varphi}_{RIJ}\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) - \\
 & \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}})\boldsymbol{\varphi}_{RIJ}'\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) - \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}})\boldsymbol{\varphi}_{III}\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \\
 & \text{Cov}(\text{Re}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*})\mathbf{w}))
 \end{aligned} \tag{315}$$



$$\begin{aligned}
& \text{Cov}(\text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*}) \mathbf{r})) = \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \varphi_{IRI} \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) - \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \varphi_{RRI}' \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) - \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \varphi_{RRI} \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \varphi_{RRR}' \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \varphi_{RII} \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) \varphi_{RII}' \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \\
& \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \varphi_{RII}' \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Re}}) + \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) \varphi_{III} \text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)\text{Im}}) + \dots \\
& \text{Cov}(\text{Im}(\text{diag}(\mathbf{h}_k^{(m)*}) \mathbf{w}))
\end{aligned} \tag{316}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{RRR} &= \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Re}})' \right) & \varphi_{RIR} &= \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) \mathbf{H}^{(m')\text{Re}}' \right) \\
\varphi_{IRR} &= \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Re}})' \right) & \varphi_{RII} &= \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) \mathbf{H}^{(m')\text{Im}}' \right) \\
\varphi_{RRI} &= \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Re}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Im}})' \right) & \varphi_{IIR} &= \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) \mathbf{H}^{(m')\text{Re}}' \right) \\
\varphi_{IRI} &= \sum_{m'} \left( \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}}) (\mathbf{H}^{(m')\text{Im}})' \right) & \varphi_{III} &= \left( \sum_{m'} \mathbf{H}^{(m')\text{Im}} \text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Im}}) \mathbf{H}^{(m')\text{Im}}' \right)
\end{aligned} \tag{317}$$

La simplification mineur est que :

$$\begin{aligned}
\varphi_{IRR} &= \varphi_{RRI}' \\
\varphi_{IIR} &= \varphi_{RII}'
\end{aligned} \tag{318}$$

Notons que la matrice  $\text{Cov}(\mathbf{x}^{(m')\text{Re}})$  est habituellement diagonale dans le cas du multiplexage.

# Theoretical Study of the Impact of Channel Estimation Errors on the Performance of IDMA Detectors

Manouane Caza-Szoka<sup>1</sup>, Adel Omar Dahmane<sup>1</sup>, Claude D'Amours<sup>2</sup> and Frédéric Domingue<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Electrical and Computer Engineering Department, Université du Québec à Trois-Rivières,  
Trois-Rivières, Canada

<sup>2</sup>School of Electrical Engineering and Computer Science, University of Ottawa  
Ottawa, Canada

**Abstract**—In this paper, the performance of an Interleave-Division-Multiple-Access (IDMA) detector is considered when channel estimation errors are present. This detector can be quite effective under severe channel estimation errors when channel estimator statistics are considered. The detector is generalized for QPSK signaling. It is shown that the overall effect of the CSI mismatch can be seen as an additive noise term, without approximation. Moreover, the term is constant for all users, paths and for in-phase and quadrature components. The performances of the detector are studied by Monte-Carlo simulations. From the results, it is shown that the improvement depends on the severity of the mismatch, the number of paths and the number of users. A 10% capacity increase can be obtained with respect to the number of users.

**Index Terms**—IDMA, multi-user detection, iterative decoding, channel estimation error, channel state information.

## I. INTRODUCTION

Interleave Division Multiple Access (IDMA) is a promising wideband multiuser method for future wireless communication [1]. The method separates the users by assigning them different independent interleavers. IDMA systems have high spectral efficiency, are resistant to and exploit multipath and delays and is suited for very large number of users. Also, IDMA has been combined with OFDM [2] and MIMO systems [3]. Moreover, it allows simple chip-by-chip detection and parallel iterative interference cancellation (PIC). However, knowledge of the channel state information (CSI) is required. In [4]–[6], channel estimation for IDMA has been considered.

Detection of IDMA signals has been widely studied, mostly assuming perfect CSI. However, this hypothesis is not generally true. Hence, [5,7,8] have considered the effects of imperfect CSI. For this, channel error statistics are needed and can be obtained from the estimator. However, the method

proposed in [7] needs long-term channel statistics which are not readily available. Otherwise, the approach in [8] does not require these statistics but is incomplete. A more appropriated method is shown in [5] that does not need long-term channel statistics as in [7], is more precise than [8] and is less complex than both. The CSI estimation errors of all users and all paths can be treated as additive noise. However, the performance of this detector has not been reported since the objective of [5] was to present a channel estimation method. In this paper we propose to generalize this technique to QPSK signaling and analytically determine the performance of this detector.

The rest of this paper is organized as follows. In Section 2, a brief description of a conventional IDMA system is given. In Section 3, the generalized IDMA receiver is developed. In Section 4, numerical results are shown. Finally, Section 5 draws conclusions and discusses other implications of the results.

## II. IDMA SYSTEM DESCRIPTION

### A. Transmitter Structure

Transmitters used in IDMA systems are shown in Fig. 1. First, a low rate forward error correction (FEC) code is applied to the data sequence. Typically, data is convolutionally encoded and then spread by direct sequence spreading. The spread sequence is interleaved at the chip level and QPSK modulated. If the error control code is identical for every user, then the interleavers must be different in order to allow user separation. Independent interleavers produce signals which appear random. Implementing the interleaver before modulation makes the interleaver twice as effective, as the inphase and quadrature components of the sequence become independent. The transmitter output of user  $k$  is hence

$$x_k(j) = x_k^{Re}(j) + ix_k^{Im}(j) \quad (1)$$

where  $i = \sqrt{-1}$  and where  $x_k^{Re}(j)$  is independent of  $x_k^{Im}(j)$ .

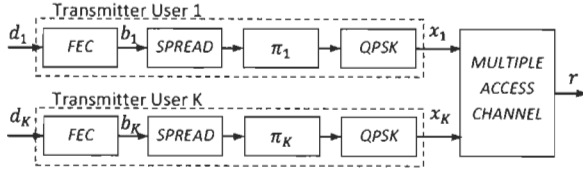


Fig. 1. IDMA transmitters for K users and Multiple Access Channel Model

### B. Complex Multiple-Access Channel

The outputs of the transmitters are convolved and summed by a complex, multipath, multiple-access channel. It is assumed for simplicity that signals are fully synchronized. However, different delays between users can be included in the impulse response of the channels. Hence, the signal at the receiver is:

$$r^{Re}(j) = \sum_{k,l} (h_{k,l}^{Re} x_k^{Re}(j-l) - h_{k,l}^{Im} x_k^{Im}(j-l)) + n^{Re}(j) \quad (2)$$

$$r^{Im}(j) = \sum_{k,l} (h_{k,l}^{Re} x_k^{Im}(j-l) + h_{k,l}^{Im} x_k^{Re}(j-l)) + n^{Im}(j) \quad (3)$$

where  $\hat{h}_{k,l}^{Re}$  is the real part of the channel gain for  $l^{th}$  path of the  $k^{th}$  user. The real part of the noise is  $n^{Re}(j)$ . The additive noise is considered white, Gaussian with the following statistics:

$$E[n^{Re}(j)] = E[n^{Im}(j)] = 0 \quad (4)$$

$$V[n^{Re}(j)] = V[n^{Im}(j)] = \sigma_n^2/2 \quad (5)$$

### C. Conventional IDMA Receiver

A conventional IDMA receiver uses chip-by-chip detection and parallel interference cancellation (PIC) (Fig. 2.) For QPSK signaling, it also separates the detection of the real and imaginary parts of the chip. First, the Elementary Signal Estimator (ESE) gives the estimation of the chips. It makes use of the channel statistics to produce log-likelihood ratios of the signals (LLRs.) The LLRs of different paths are resolved independently and then combined.

To produce better estimates, interference statistics are generated. Next, these LLRs are demultiplexed for the In-Phase and Quadrature components, deinterleaved and despread (RAKE) for each user. Then, a soft-input soft-output decoder is used to produce the extrinsic LLRs of the coded bits. Afterwards, a spreader, interleaver and multiplexer for QPSK signaling are used. The results are fed to the PIC. After some iterations of PIC, the decoders produce the uncoded data estimates.

For a more detailed treatment of the conventional IDMA receiver, see [1].

## III. CHANNEL ESTIMATION ERROR RESISTANT ELEMENTARY SIGNAL ESTIMATOR

This section shows the calculation of the signal statistics when the channel estimation errors are considered, without prior knowledge of the channel distribution.

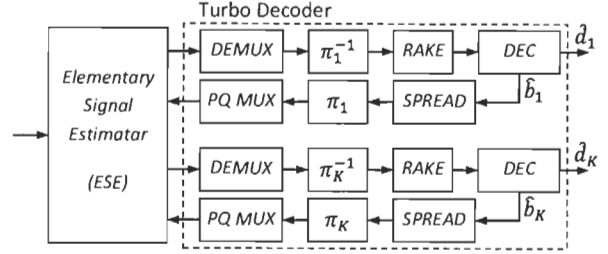


Fig. 2. Conventional IDMA receiver with multi user detection and parallel interference cancellation.

### A. Channel Estimator Performances

A channel estimator can generally give an error variance of its estimates. When complex multipath is considered, an estimate of each path is given with associated error variance for both real and imaginary components. These are not necessarily equal. Hence, we have the channel estimates:

$$\hat{h}_{k,l}^{Re}(j) = h_{k,l}^{Re}(j) + e_{k,l}^{Re}(j), \quad \hat{h}_{k,l}^{Im}(j) = h_{k,l}^{Im}(j) + e_{k,l}^{Im}(j) \quad (6)$$

where  $\hat{h}_{k,l}^{Re}$  is the channel estimate of the real part of the  $l^{th}$  path of the  $k^{th}$  user and  $e_{k,l}^{Re}$  is its corresponding error with the following statistics:

$$E(e_{k,l}^{Re}) = E(e_{k,l}^{Im}) = 0 \quad (7)$$

$$Var(e_{k,l}^{Re}) = \sigma_{h,l,Re}^2 \quad Var(e_{k,l}^{Im}) = \sigma_{h,l,Im}^2 \quad (8)$$

### B. Channel Error Effect

Here, it is shown that the overall effect of the combination of every user, every path and chip component errors can be treated as a single equivalent noise term. This noise term can hence be included in the thermal additive noise.

First, the channel impulse response in (2) is substituted by its estimated version:

$$r^{Re}(j) = \sum_{k,l} ((\hat{h}_{k,l}^{Re} - e_{k,l}^{Re}) x_k^{Re}(j-l) - (\hat{h}_{k,l}^{Im} - e_{k,l}^{Im}) x_k^{Im}(j-l)) + n^{Re}(j). \quad (9)$$

Next, it is reformulated in order to include the channel error into the noise term:

$$r^{Re}(j) = \sum_{k,l} (\hat{h}_{k,l}^{Re} x_k^{Re}(j-l) - \hat{h}_{k,l}^{Im} x_k^{Im}(j-l)) + n^{Re'}(j) \quad (10)$$

where:

$$n^{Re'}(j) = - \sum_{k,l} (e_{k,l}^{Re} x_k^{Re}(j-l) - e_{k,l}^{Im} x_k^{Im}(j-l)) + n^{Re}(j). \quad (11)$$

Equivalent equations can be found for the imaginary components of the signal. The equivalent noise has the following statistics:

$$E[n^{Re'}(j)] = E[n^{Im'}(j)] = 0 \quad (12)$$

$$V[n^{Re'}(j)] = V[n^{Im'}(j)] = \sum_{k,l} (\sigma_{\hat{h}_{k,l,Re}}^2 + \sigma_{\hat{h}_{k,l,Im}}^2) + \sigma_n^2 \quad (13)$$

$$E[n^{Re'}(j)] = E[n^{Im'}(j)] = 0, \quad (14)$$

$$Cov(n^{Re'}(j), n^{Im'}(j)) = 0. \quad (15)$$

Hence, the modified noise term is identical for every user, every path and chip component.

### C. Statistics of the Received Signal

Statistics of the received signals with consideration of channel estimator performances have the same structure as the one shown in [5]. The only differences are that the estimated multipath components are used instead of the exact value and that the additive noise term is included.

$$E[r^{Re}(j)] = \sum_{k,l} (\hat{h}_{k,l}^{Re}(j) E[x_k^{Re}(j-l)] - \hat{h}_{k,l}^{Im}(j) E[x_k^{Im}(j-l)]) \quad (16)$$

$$E[r^{Im}(j)] = \sum_{k,l} (\hat{h}_{k,l}^{Re}(j) E[x_k^{Im}(j-l)] + \hat{h}_{k,l}^{Im}(j) E[x_k^{Re}(j-l)]) \quad (17)$$

$$V[r^{Re}(j)] = \sum_{k,l} (\hat{h}_{k,l}^{Re2}(j) V[x_k^{Re}(j-l)] + \hat{h}_{k,l}^{Im2}(j) V[x_k^{Im}(j-l)]) + V[n^{Re'}(j)] \quad (18)$$

$$Cov[r^{Re}(j), r^{Im}(j)] = \sum_{k,l} (\hat{h}_{k,l}^{Re}(j) \hat{h}_{k,l}^{Im}(j) (V[x_k^{Re}(j-l)] - V[x_k^{Im}(j-l)])) \quad (19)$$

### D. Statistics of Real and Imaginary Parts of Chip Signals

Each component of the chip signals is independent of each other due to the interleavers. This independence allows the receiver to resolve each component individually and use interference cancellation for the other component. The component statistics are computed by removing the corresponding contribution to the received signal statistics:

$$E[\zeta_{k,l,Re}^{Re}(j)] = E[r^{Re}(j)] - \hat{h}_{k,l}^{Re}(j) E[x_k^{Re}(j-l)] \quad (20)$$

$$V[\zeta_{k,l,Re}^{Re}(j)] = V[r^{Re}(j)] - \hat{h}_{k,l}^{Re2}(j) V[x_k^{Re}(j-l)] \quad (21)$$

$$Cov[\zeta_{k,l,Re}^{Re}, \zeta_{k,l,Re}^{Im}] = Cov[r^{Re}(j), r^{Im}(j)] - (\hat{h}_{k,l}^{Re}(j) \hat{h}_{k,l}^{Im}(j) V[x_k^{Re}(j-l)]) \quad (22)$$

where  $\zeta_{k,l,Re}^{Re}(j)$  is the real part of the interference of the real component of the  $l^{th}$  path of the  $k^{th}$  user. The other statistics calculated in the same manner are:  $[r^{Im}(j)]$ ,  $V[r^{Im}(j)]$ ,  $E[\zeta_{k,l,Im}^{Re}(j)]$ ,  $E[\zeta_{k,l,Im}^{Im}(j)]$ ,  $V[\zeta_{k,l,Im}^{Re}(j)]$ ,  $V[\zeta_{k,l,Im}^{Im}(j)]$ ,  $Cov[\zeta_{k,l,Im}^{Re}, \zeta_{k,l,Im}^{Im}]$ .

### E. Complex Elementary Signal Estimator

The elementary signal estimators are calculated using the statistics above. First, the interference is removed for each user, path and component:

$$s_{k,l,Re}^{Re}(j) = r^{Re}(j-l) - E[\zeta_{k,l,Re}^{Re}(j)] \quad (23)$$

The expression of the LLRs for each path is given in (26) and simplified in (27). The matrix  $\Sigma_{k,l,Re}$  used in (24) is the covariance matrix of the interference the desired signal.

$$\Sigma_{k,l,Re} = \begin{bmatrix} E[\zeta_{k,l,Re}^{Re}(j)] & Cov[\zeta_{k,l,Re}^{Re}, \zeta_{k,l,Re}^{Im}(j)] \\ Cov[\zeta_{k,l,Re}^{Re}, \zeta_{k,l,Re}^{Im}(j)] & E[\zeta_{k,l,Re}^{Im}(j)] \end{bmatrix} \quad (24)$$

The LLRs of the different paths of each signal are combined:

$$e_{ESE}(x_k^{Re}(j)) = \sum_l e_{ESE}(x_k^{Re}(j))_l \quad (25)$$

Similar equations are developed for imaginary components. Finally, the chip signals statistics can be computed:

$$E[x_k^{Re}(j)] = \tanh(e_{ESE}(x_k^{Re}(j))/2) \quad (28)$$

$$V[x_k^{Re}(j)] = 1 - E[x_k^{Re}(j)]^2 \quad (29)$$

## IV. SIMULATION RESULTS

We present the performance of IDMA systems with severe channel estimation errors. The simulations are also done to show the impact of considering the channel estimation error on the detector performance. The received power of all users is normalized and the interleavers are generated randomly as well as the channels. A convolutional code of type (2,1,3) is used.

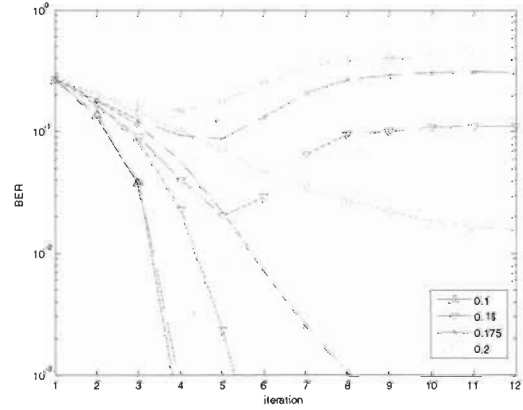


Fig. 3. BER vs number of iteration for channel error standard deviation from 0.1 to 0.2, single path, without noise, 24 users. Solid lines include channel estimation error treatment while dashed lines omit it.

$$e_{ESE}(x_k^{Re}(j))_l = \log \left[ \frac{\exp \left( -\frac{1}{2} [s_{k,l,Re}^{Re} - \hat{h}_{k,l}^{Re} \quad s_{k,l,Re}^{Im} - \hat{h}_{k,l}^{Im}] \Sigma_{k,l,Re}^{-1} \begin{bmatrix} s_{k,l,Re}^{Re} - \hat{h}_{k,l}^{Re} \\ s_{k,l,Re}^{Im} - \hat{h}_{k,l}^{Im} \end{bmatrix} \right)}{\exp \left( -\frac{1}{2} [s_{k,l,Re}^{Re} + \hat{h}_{k,l}^{Re} \quad s_{k,l,Re}^{Im} + \hat{h}_{k,l}^{Im}] \Sigma_{k,l,Re}^{-1} \begin{bmatrix} s_{k,l,Re}^{Re} + \hat{h}_{k,l}^{Re} \\ s_{k,l,Re}^{Im} + \hat{h}_{k,l}^{Im} \end{bmatrix} \right)} \right] \quad (26)$$

$$e_{ESE}(x_k^{Re}(j))_l = 2 \frac{\hat{h}_{k,l}^{Re} s_{k,l,Re}^{Re} V[\zeta_{k,l,Re}^{Im}] + \hat{h}_{k,l}^{Im} s_{k,l,Re}^{Im} V[\zeta_{k,l,Re}^{Re}] - (\hat{h}_{k,l}^{Re} s_{k,l,Re}^{Im} + \hat{h}_{k,l}^{Im} s_{k,l,Re}^{Re}) Cov[\zeta_{k,l,Re}^{Re}, \zeta_{k,l,Re}^{Im}]}{V[\zeta_{k,l,Re}^{Re}] V[\zeta_{k,l,Re}^{Im}] - Cov[\zeta_{k,l,Re}^{Re}, \zeta_{k,l,Re}^{Im}]^2} \quad (27)$$

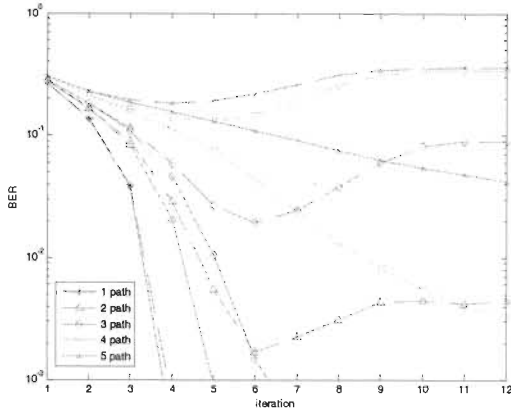


Fig. 4. BER vs number of iteration for different number of paths, channel error standard deviation of 0.1, without noise, 24 users. Solid lines include channel estimation error treatment while dashed lines omit it.

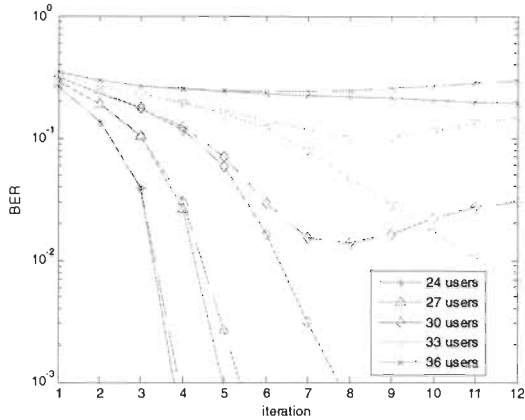


Fig. 5. BER vs number of iteration for different number of users, channel error standard deviation of 0.1, without noise, single path. Solid lines include channel estimation error treatment while dashed lines omit it.

Fig. 3 compares the performances of IDMA whether or not the channel estimation error is considered for different level of errors. It can be seen that IDMA performs much better when channel estimation errors are considered. Not only is the BER systematically lower, the BER decreases monotonically with the number of iterations.

Fig. 4 shows the effect of channel estimation error for multipath channels. The estimation error standard deviation is 0.1 for every path considered. The decrease in the BER when the receiver considers channel estimation errors is greater for a multipath channel.

Fig. 5 shows the performance of the decoder when the number of users is increased. It can be seen that the performance in case of 33 users considering the estimation error are better than a system of 30 users that does not take channel estimation errors into account. We hence have found a gain in the number of users capacity of approximately 10%.

Fig. 6 shows the performance of IDMA with channel estimation error in the presence of noise. The algorithm is shown to converge when noise is added.

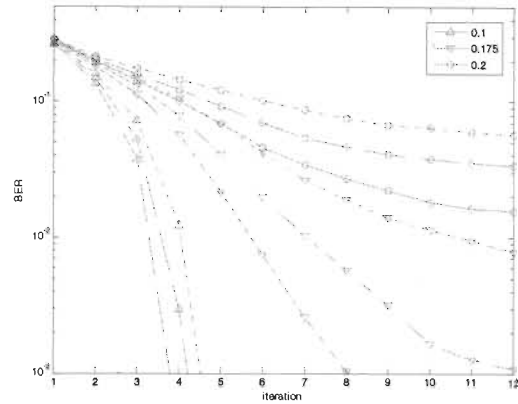


Fig. 6. BER vs number of iteration for different SNR and channel error standard deviation, 24 users, single path. Solid lines are at 20 dB, large dashed lines at 3dB and small dashed lines at 0dB.

## V. CONCLUSION

IDMA detector in presence of channel estimation errors and QPSK signaling has been proposed. This detector can tolerate high channel estimation error levels. The advantages of considering the error have been shown. The modification needed for this consideration has been shown to be equivalent to additive noise. This term is equivalent for every user, every path and for in-phase and quadrature components.

## REFERENCES

- [1] Li Ping; Lihai Liu; Keying Wu; Leung, W.K.; , "Interleave division multiple-access," *Wireless Communications, IEEE Transactions on* , vol.5, no.4, pp. 938- 947, April 2006
- [2] Li Ping; Qinghua Guo; Jun Tong; , "The OFDM-IDMA approach to wireless communication systems," *Wireless Communications, IEEE* , vol.14, no.3, pp.18-24, June 2007
- [3] Novak, C.; Hlawatsch, F.; Matz, G.; , "MIMO-IDMA: Uplink Multiuser MIMO Communications using Interleave-Division Multiple Access and Low-Complexity Iterative Receivers," *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2007. ICASSP 2007. IEEE International Conference on* , vol.3, no.,
- [4] L. Ping, L. Liu, K. Wu, and W. Leung, "Interleave division multiple access (IDMA) communication systems," in *Proc. 3rd International Symposium on Turbo Codes & Related Topics*, (Brest, France), pp. 173-180, 2003.
- [5] Schoeneich, H.; Hoehner, P.A.; , "Semi-blind pilot-layer aided channel estimation with emphasis on interleave-division multiple access systems," *Global Telecommunications Conference, 2005. GLOBECOM '05. IEEE* , vol.6, no., pp.5 pp.-3517, 2-2 Dec. 2005
- [6] Xiangyun Zhou; Zhenning Shi; Reed, M.C.; , "Iterative Channel Estimation for IDMA Systems in Time-Varying Channels," *Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM '07. IEEE* , vol., no., pp.4020-4024, 26-30 Nov. 2007
- [7] Chulhee Jang; Hyunwoo Choi; Jae Hong Lee; , "Novel Detection Algorithm of IDMA System under Channel Estimation Error," *Vehicular Technology Conference, 2008. VTC 2008-Fall. IEEE 68th* , vol., no., pp.1-5, 21-24 Sept. 2008
- [8] Xingzhong Xiong; Jianhao Hu; Feng Yang; Xiang Ling; , "Effect of channel estimation error on the performance of Interleave-Division Multiple Access systems," *Advanced Communication Technology, 2009. ICACT 2009. 11th International Conference on* , vol.03, no., pp.1538-1542, 15-18 Feb. 2009

# Constant Modulus Algorithm Based Receiver for Interleave Division Multiple Access

Manouane Caza-Szoka, Adel Omar Dahmane and Claude D'Amours

**Abstract**— Interleave-division multiple-access (IDMA) is a multiuser separation method by assigning each user a different interleaver. At the receiver, a chip-by-chip parallel interference cancellation (PIC) detector is used that relies on the channel state information. In this paper, a joint estimation and detection method based on the constant modulus algorithm (CMA) for IDMA systems is proposed. This pilot free multiuser channel estimation and detection method uses CMA blind deconvolution/estimation and PIC in IDMA context (CMA-IDMA). The potential of this method is demonstrated by Monte-Carlo simulations in single and multi-path channels.

**Index Terms**—CMA-IDMA, multiuser detection, blind channel identification, iterative decoding

## I. INTRODUCTION

Interleave-division multiple-access (IDMA) [1] has received much attention recently for its high spectral efficiency, its resistance to multipath and its use of chip-by-chip parallel multiuser detection w. IDMA systems separate different users by assigning each user a different interleaver. Because of the independent interleavers, the multiuser interference can be treated as white noise.

Some papers that study IDMA assume perfect knowledge of channel state information (CSI), but CSI errors has a strong impact [2]. When that assumption is removed, different channel estimation methods are possible. The first that was proposed uses a pilot embedding technique at the transmitter combined with iterative joint channel estimation and multiuser detection at the receiver as a semi-blind method [3]. Semi-blind linear MMSE has been reported in [4],[5] and [6].

Recently, the authors of [7] use pilots for initialization of an evolutionary game algorithm. Independent component analysis (ICA), a blind method, has also been proposed for IDMA (IDMA-ICA) in [8]. However, it applies ICA after the use of a conventional IDMA receiver, with perfect CSI knowledge. Also, [9] presents a blind method for IDMA but

relies on large power difference between users. Hence, no fully blind methods for channel estimation and detection in traditional IDMA context have been reported yet.

We propose is a pilot free multiuser channel estimation and detection method for IDMA based on CMA blind deconvolution and estimation.

## II. IDMA SYSTEM DESCRIPTION

### A. Transmitter Structure

Transmitters used in IDMA are shown at the left of Fig. 1. First, input data is encoded by a low rate channel coder. Convolutional codes are commonly used. After, the coded sequence is spread to produce “chips signals”. These chips are then interleaved by a random interleaver.

In multiuser context, as the channel coder and the spreading sequence may be identical, each user should use a different interleaver. Interleavers produce signals that are random-like and which appear to be almost uncorrelated, i.e. the autocorrelations are close to a Dirac delta function while the cross-correlations are close to a null function. This allows the use of simple multiuser chip-by-chip detection receivers [3].

### B. Frequency Selective Fading Channel

We consider a frequency selective multiple-access channel (MAC) as shown in the right side of Fig. 1. The MAC applies a different impulse response to each user's signal and multiplexes the signals. It is assumed for simplicity that the signals are fully synchronous and additive white Gaussian noise (AWGN) is present:

$$r(j) = \sum_k \sum_l h_k(l) x_k(j-l) + n(j) \quad (1)$$

### C. Conventional IDMA Receiver

A conventional IDMA receiver [1], shown in Fig. 2, first uses an elementary signal estimator (ESE) to produce chip-by-chip estimation for each user's signal. Then *a priori* known statistics, of received signal and estimation of other users' interference are used to calculate log-likelihood ratios of signals (LLRs). Inter-channel-interference is reduced by parallel interference cancellation (PIC). Frequency-selective multipath fading is treated by LLR-combining.

LLRs of each user are deinterleaved, despread and decoded by a maximum *a posteriori* probability (MAP) decoder. The soft outputs of the coded message are then re-spread and re-interleaved in order to be used by the PIC.

An iterative joint channel estimation and multiuser detection method applied to IDMA is given for single path case by [3] :

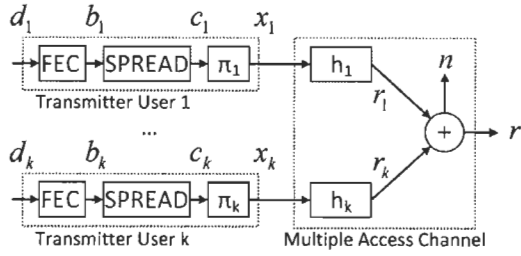


Fig. 1. Conventional IDMA transmitter and Multiple Access Channel Model

$$\hat{h}_k = \frac{(\hat{x}_k + p_k)^H \left( r - \sum_{k' \neq k} \hat{h}_{k'} (\hat{x}_{k'} + p_{k'}) \right)}{(\hat{x}_k + p_k)^H (\hat{x}_k + p_k)} \quad (2)$$

### III. PROPOSED CMA-IDMA RECEIVER

#### A. System Overview

We propose an IDMA receiver which avoids the use of pilots at the transmitter or any form of known information. The conventional transmitter and the frequency selective fading channel are considered. Hence, the signal at the receiver is identical to the conventional case.

The proposed receiver is shown in Fig. 3. First, the received signal is buffered in filter taps. The tap states at each chip are recorded in vectors. Afterwards, a deinterleaver is applied on the states column vectors (instead of the signal itself.) Then, a de-spreading (RAKE) is applied for each state. The CMA is applied on the despread states and the algorithm outputs an uncorrelated AWGN-like signal. SNR of this signal is evaluated and MAP is performed. The estimated coded message is used with the despread states to accomplish decision directed channel estimation. Finally, the transmitted and received messages are estimated. This last estimate can be used to perform PIC.

#### B. Signal Buffering, Deinterleaver and Despreader

The received chip signals are separated in different buffers with shift registers. These buffers contain the different multipath component of a chip and can be treated as vectors. The buffer are then deinterleaved for each user. The buffering allows to keep all multipath components together. Then linear Rake type despreader is applied to the corresponding elements of the vectors. For vector sizes that are at least the number of channel taps, the resultant vectors are reversed noisy versions of the channel impulse response of a single user, modulated by the sign of the data.

#### C. CMA with Data Reuse

Knowing that the RAKE type despreader output vectors contains a signed version of the impulse response of the channel of user k, a blind deconvolution CMA2-2 is applied. This deconvolution is based on the criterion [10]:

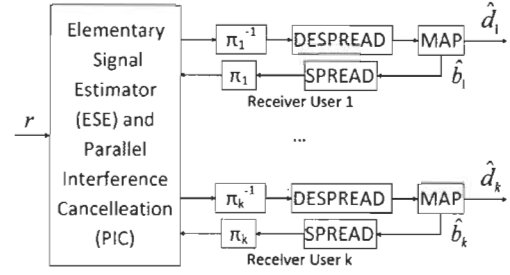


Fig. 2. Conventional IDMA receiver including multi user detection and parallel interference cancellation

$$\min_w E \left( 1 - |u'w|^2 \right)^2 \quad (3)$$

which has the stochastic gradient version:

$$\begin{aligned} w_m &= w_{m-1} + \mu u(m) z(m) (1 - |z(m)|^2) \\ z(m) &= u'(m) w_{m-1} \end{aligned} \quad (4)$$

Generally, blind methods need a large amount of data in order to converge, especially at high SNIR. Here, the block sizes on which CMA is applied is limited and interference high during the first iterations. For this reason, a data reuse version of the CMA is used, as described in [10]. The number of required data is hence reasonable.

#### D. SNR Estimation

The MAP decoding necessitates a good knowledge of the SNR. The output of the CMA is approximately uncorrelated. It is similar to a BPSK signal over an AWGN channel. Standard blind SNR estimation methods for AWGN channels can therefore be applied. Since SNR is low in the first iterations, decision directed methods would give an overestimated value. A method based on the average ratio of absolute and square values given in [12]. With:

$$y_k(m) = \pm \mu + \eta_k(m), \quad (5)$$

$$\hat{z} = \text{mean}(|y_k|^2 / |y_k|), \quad (6)$$

a quadratic equation is used to evaluate the SNR:

$$\hat{\beta} = f(z) = -34.0516 \hat{z}^2 + 65.9548 \hat{z} - 23.6184, \quad (7)$$

$$\hat{\beta} = 10 \log(\hat{\mu}^2 / \hat{\sigma}^2). \quad (8)$$

The quadratic equation has good precision between 0-6dB.

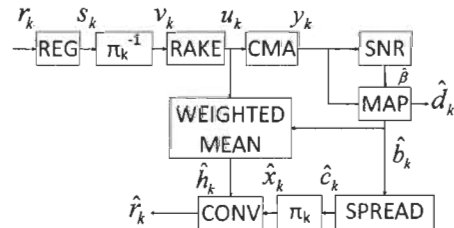


Fig. 3. Proposed IDMA receiver structure for 1 user

Therefore, a good estimate of SNR at a low complexity level can be achieved.

#### E. Maximum A Posteriori Estimation

Soft decoding of the FEC is done by MAP. Two optimization methods are considered. In the interference cancellation phase, the coded message is sought while the final iteration returns the uncoded message. The output of the MAP is an LLR. In order to be used in interference cancellation, soft metrics are calculated by:

$$\hat{b}_k(j) = \tanh(\hat{b}_{llr,k}(j)/2). \quad (9)$$

A general characteristic of CMA is that many solutions may exist. In the present case, there are two solutions with equal probabilities. In fact, it is obvious that:

$$y[n] = x[n] * h[n] = (-x[n]) * (-h[n]), \quad (10)$$

which indicates that coded data are detected up to a sign error. With uncoded IDMA (without FEC), interference cancellation could be carried out even without knowledge of the proper sign. However, FEC does not usually tolerate sign errors, i.e. the codes are not symmetric. To select the proper sign, both signal and its inverse are decoded by the MAP. The sign of the MAP soft metric that has the highest power is used.

#### F. Channel Estimation

Generally, blind channel identification using CMA is carried out by a blind CMA deconvolution followed by decision directed adaptive estimation (i.e. by an LMS) [13]. Even with decision errors, this method is well suited for interference cancellation. The error would generally reduce the tap weights. The cancellation would then be reduced for channel with high error rates. With the soft metrics of the coded message, it is then possible to extract the channel state information directly by the mean weighted by the soft metrics:

$$\bar{w}_k(l) = \frac{\sum_m \hat{b}_k(m) w_{k,L-l}(m)}{\sum_m |\hat{b}_k(m)|}. \quad (11)$$

Again, an incorrect decision would tend to reduce the estimated channel tap weights.

#### G. Interference Cancellation

After spreading and interleaving of the soft metrics, interference calculation is done by convolution between the estimated CSI and signal soft metrics:

$$\hat{r}_k(j) = \sum_{l=0}^{L-1} \hat{x}_k(j-l) \hat{h}_k(l). \quad (12)$$

To perform interference cancellation, a strategy similar as in [1] is used in order to reduce complexity.

$$\hat{I}_k = \sum_{k' \neq k} \hat{r}_{k'} = \hat{r} - \hat{r}_k = \sum_{k'} \hat{r}_{k'} - \hat{r}_k, \quad (13)$$

where the last summation is identical for every users. Next iteration user signal is therefore:

$$r_k = r - \hat{I}_k. \quad (14)$$

### IV. SIMULATION RESULTS

For all simulations, a basic configuration is considered. At the transmitter, a convolutional code (2, 1, 3) is used as FEC for its good performances at low SNIR levels [14] and its low complexity, which is desirable in iterative decoding applications. The spreading sequence is  $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$  for every users. Interleavers are generated randomly and independently. For the channel, multipath taps are generated randomly with equal power for every. Except when otherwise mentioned, simulations are run for blocs of 100 information data ( $N_{\text{Info}}$ ) and spreading length (SL) of 8 for 8 users. Except for fig. 6, SNR level is kept high (16.5 dB) in order to highlight the effect of multiuser interference.

At the receiver, the CMA uses 50 times the data and a low gain (0.0024) in order to assure convergence with low variance. The decoding is done by a logarithm based version of the BCJR algorithm (LOG-MAP) in order to improve numerical stability [15]. **Erreur! Source du renvoi introuvable..** Although uncoded message oriented MAP is only needed for the final decoding stage, it is calculated each iteration for performance evaluation purposes.

Fig. 4 shows the system performance by varying the SNR and the number of iteration in a 2 taps channel. Results shown indicate that multiuser interference is cancelled and that multipath interference is resolved by the receiver.

Fig. 5 compares FER for different number of information bits by frame. For an equal data length times repetition, larger number of data allows better convergence of the CMA.

Fig. 6 illustrates channels with different multipath length, including the single path case. With identical settings, single path channels are more easily decoded.

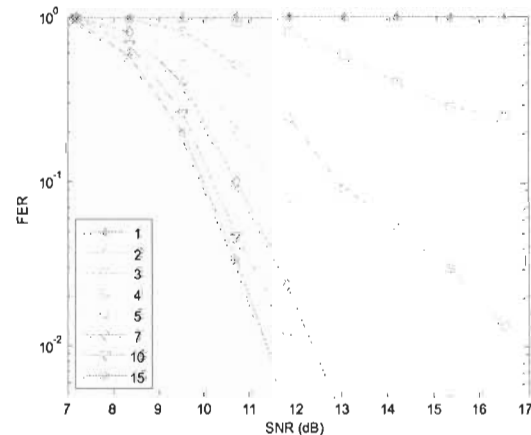


Fig. 4. FER versus SNR for different number of iteration, 8 users,  $N_{\text{Info}} = 100$ , SL = 8, multipath channel length = 2.



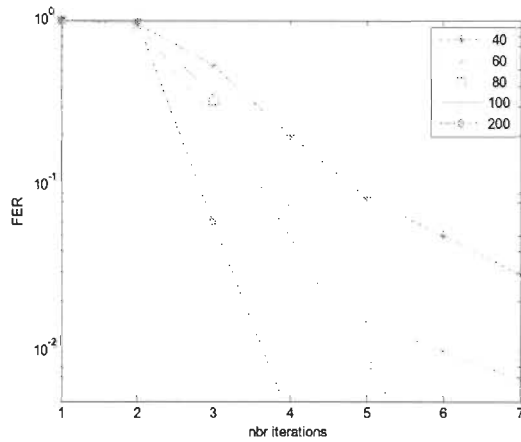


Fig. 5. FER versus number of iteration for different  $N_{info}$ , 8 users, SNR = 16.5 dB, SL = 8, multipath channel length = 2

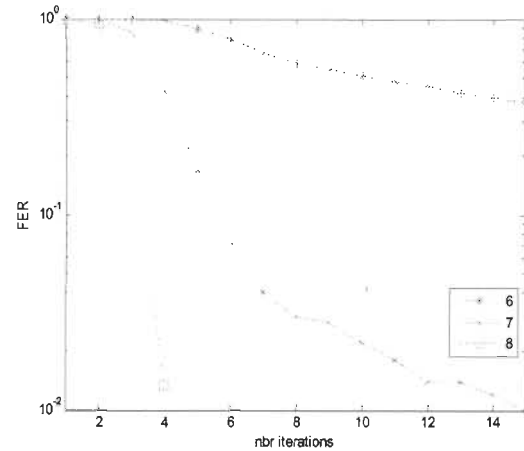


Fig. 7. FER versus number of iteration for different spreading length, 8 users, equal noise variance,  $N_{info} = 100$ , multipath channel length = 2

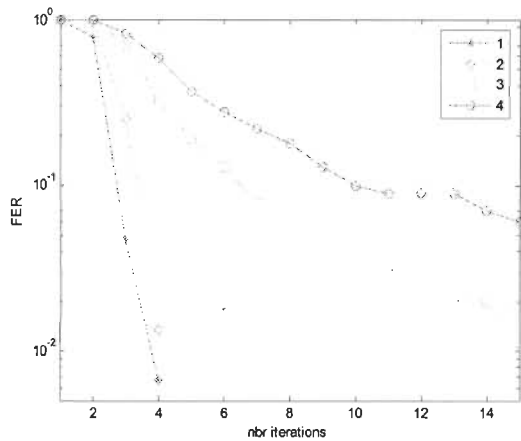


Fig. 6. FER versus number of iteration for different multipath channel length (including single path), 8 users, SNR = 16.5 dB,  $N_{info} = 100$ , SL = 8.

Fig. 7 relates the FER to the SL with equal noise variance. Noise is kept very low. For SL = 8, SNR is at 16.5 dB. For the 2 other curves, only the SL is varied (always with 8 users). For lower SL, CMA output equivalent SNR is reduced. SNR evaluation and decoding become a harder task.

## V. CONCLUSION

We have presented an IDMA receiver based on CMA. This makes pilot free transmission possible in IDMA. It has been shown that the receiver is able to work in multipath and multiuser environment. Also, with data reuse strategy, it is able to maintain a reasonable performance for short block size.

## REFERENCES

- [1] Li Ping, Lihai Liu, Keying Wu, Leung, W.K., "Interleave division multiple-access," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol.5, no.4, pp. 938- 947, April 2006
- [2] Manouane Caza-Szoka, Adel Omar Dahmane, Claude D'Amours, Frédéric Domingue, "Theoretical Study of the Impact of Channel Estimation Errors on the Performance of IDMA Detectors," *IEEE 75th Vehicular Technology Conference*, 2012
- [3] Li Ping, L. Liu, K. Y. Wu, and W. K. Leung, "Interleave-division multiple-access (IDMA) communications," in *Proc. 3rd International Symposium on Turbo Codes & Related Topics*, 2003, pp. 173–180.
- [4] Schoeneich, H., Hoeher, P.A., "Semi-blind pilot-layer aided channel estimation with emphasis on interleave-division multiple access systems," *Global Telecommunications Conference, 2005. GLOBECOM '05. IEEE*, vol.6, no., pp.5 pp.3517, 2-2 Dec. 2005
- [5] H. Schoeneich and P. A. Hoeher, "Iterative pilot-layer aided channel estimation with emphasis on interleave-division multiple access systems," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2006, pp. 1–15, September 2006.
- [6] Xiangyun Zhou, Zhenning Shi, Reed, M.C., "Iterative Channel Estimation for IDMA Systems in Time-Varying Channels," *Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM '07. IEEE*, vol., no., pp.4020-4024, 26-30 Nov. 2007
- [7] Jie Song, Hu, Jianhao, Zhao Wang, "Evolutionary Game Algorithm for channel estimation in Interleave-Division Multiple Access Systems," *Wireless Communications, Networking and Information Security (WCNIS), 2010 IEEE International Conference on*, vol., no., pp.92-97, 25-27 June 2010
- [8] Abdelkrim, H., Ali, K., Salim, C., Gerard, S., "Independent component analysis in IDMA systems," *Circuits and Systems and TAISA Conference, 2009. NEWCAS-TAISA '09. Joint IEEE North-East Workshop on*, vol., no., pp. 1-4, June 28 2009-July 1 2009
- [9] Houcke, S., Sicot, G., Debbah, M., "SPC01-6: Blind Detection for Block Coded Interleaved Division Multiple Access," *Global Telecommunications Conference, 2006. GLOBECOM '06. IEEE*, vol., no., pp.1-5, Nov. 27 2006-Dec. 1 2006
- [10] A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*. New York: Wiley, 2003.
- [11] Byoung-Jo Kim, Cox, D.C., "Blind equalization for short burst wireless communications," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol.49, no.4, pp.1235-1247, Jul 2000
- [12] Summers, T.A., Wilson, S.G., "SNR mismatch and online estimation in turbo decoding," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.46, no.4, pp.421-423, Apr 1998
- [13] Gooch, R.P., Harp, J.C., "Blind channel identification using the constant modulus adaptive algorithm," *Communications, 1988. ICC '88. Digital Technology - Spanning the Universe. Conference Record, IEEE International Conference on*, vol., no., pp.75-79 vol.1, 12-15 Jun 1988
- [14] Viterbi, A., "Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol.13, no.2, pp. 260- 269, Apr 1967
- [15] Robertson, P., Villebrun, E., Hoeher, P., "A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain," *Communications, 1995. ICC '95 Seattle, 'Gateway to Globalization', 1995 IEEE International Conference on*, vol.2, no., pp.1009-1013 vol.2, 18-22 Jun 1995